



แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม

เล่มที่

1

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

ลำดับ



นางสาวสุดสายใจ อินกรัด

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการ

โรงเรียนพจนานุกรมคำศัพท์พจนานุกรม จังหวัดกำแพงเพชร

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต ๔๑



แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์
เรื่อง ลำดับและอนุกรม
รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

เล่มที่ 1 เรื่อง ลำดับ

นางสาวสุดสายใจ อินกรัด

ตำแหน่งครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการ

โรงเรียนพรานกระต่ายพิทยาคม จังหวัดกำแพงเพชร

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 41

คำนำ

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่องลำดับและอนุกรม รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 จัดทำขึ้นเพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเพื่อให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์สูงขึ้น นักเรียนสามารถสร้างองค์ความรู้ได้จากเนื้อหา ตัวอย่าง ด้วยกระบวนการที่หลากหลาย สามารถเรียนรู้ได้ด้วยตนเองเป็นการส่งเสริมการจัดการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญได้เป็นอย่างดี พร้อมทั้งส่งเสริมให้นักเรียนได้มีโอกาสเรียนรู้ตามความถนัดของตนทำให้นักเรียนมีความเข้าใจเนื้อหามากยิ่งขึ้น

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่องลำดับและอนุกรม รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ประกอบด้วยแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์จำนวน 6 เล่ม ดังนี้

- เล่มที่ 1 เรื่อง ลำดับ
- เล่มที่ 2 เรื่อง ลำดับเลขคณิต
- เล่มที่ 3 เรื่อง ลำดับเรขาคณิต
- เล่มที่ 4 เรื่อง สัญลักษณ์แทนการบวก
- เล่มที่ 5 เรื่อง อนุกรมเลขคณิต
- เล่มที่ 6 เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์แต่ละเล่มประกอบด้วย คำชี้แจง สารและมาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ แบบทดสอบก่อนเรียน เกมคณิตคิดสนุก ใบความรู้ แบบฝึกทักษะ แบบทดสอบหลังเรียน ซึ่งมีการนำเสนอให้นักเรียนได้เรียนรู้จากง่ายไปหายาก แบ่งเนื้อหาเป็นขั้นตอน นักเรียนได้ฝึกปฏิบัติไปตามลำดับ

ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่า แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เล่มนี้จะเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการจัดการเรียนรู้ในชั้นเรียนได้เป็นอย่างดี และทำให้นักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจ และมีเจตคติที่ดีต่อรายวิชาคณิตศาสตร์ดียิ่งขึ้น

สุคสายใจ อินกรัด

สารบัญ

	หน้า
แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เล่มที่ 1 เรื่อง ลำดับ.....	1
คำนำ.....	2
สารบัญ.....	3
คำชี้แจงการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์.....	5
คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์สำหรับครู.....	6
คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียน.....	7
สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ / ตัวชี้วัด.....	8
จุดประสงค์การเรียนรู้.....	9
ขั้นตอนการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์.....	10
แบบทดสอบก่อนเรียน.....	11
ใบความรู้ที่ 1 เรื่อง ความหมายของลำดับ.....	16
แบบฝึกทักษะที่ 1 เรื่อง ความหมายของลำดับ	18
แบบฝึกทักษะที่ 2 เรื่อง ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์.....	19
เกมคณิตคิดสนุก 1 ตามหาฉันให้เจอ.....	20
ใบความรู้ที่ 2 เรื่อง การเขียนลำดับ.....	21
แบบฝึกทักษะที่ 3 เรื่อง การเขียนลำดับแบบแจกแจง.....	24
เกมคณิตคิดสนุก 2 สนุกกับเกมสร้างรูปแบบจำนวน.....	25
ใบความรู้ที่ 3 เรื่อง การหาพจน์ถัดไปของลำดับ.....	26
แบบฝึกทักษะที่ 4 เรื่อง การหาพจน์ถัดไปของลำดับ.....	28
ใบความรู้ที่ 4 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ.....	30
แบบฝึกทักษะที่ 5 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ.....	33
ใบความรู้ที่ 5 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม.....	35
แบบฝึกทักษะที่ 6 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม.....	39
ใบความรู้ที่ 6 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับกรณีผลต่างสองชั้น โดยวิธีลัด.....	41

สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
แบบฝึกทักษะที่ 7 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับกรณีผลต่างสองชั้นโดยวิธีลัด.....	44
แบบทดสอบหลังเรียน	46
บรรณานุกรม.....	51
ภาคผนวก.....	52
เกณฑ์การให้คะแนน.....	53
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน.....	56
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1 เรื่อง ความหมายของลำดับ.....	60
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 2 เรื่อง ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์.....	61
เฉลยเกมคณิตคิดสนุก 1 ตามหาฉันให้เจอ.....	62
เฉลยเกมคณิตคิดสนุก 2 สนุกกับเกมสร้างรูปแบบจำนวน.....	63
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3 เรื่อง การเขียนลำดับแบบแจกพจน์.....	64
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 4 เรื่อง การหาพจน์ถัดไปของลำดับ.....	65
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 5 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ.....	67
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 6 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม.....	70
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 6 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับกรณีผลต่างสองชั้นโดยวิธีลัด.....	75
เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน.....	80
แบบบันทึกคะแนนแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เล่มที่ 1 เรื่อง ลำดับ.....	84

คำชี้แจงการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์

1. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ประกอบด้วยแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ จำนวน 6 เล่ม ดังนี้

เล่มที่ 1 เรื่อง ลำดับ

เล่มที่ 2 เรื่อง ลำดับเลขคณิต

เล่มที่ 3 เรื่อง ลำดับเรขาคณิต

เล่มที่ 4 เรื่อง สัญลักษณ์แทนการบวก

เล่มที่ 5 เรื่อง อนุกรมเลขคณิต

เล่มที่ 6 เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต

2. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เล่มนี้ จัดทำขึ้นเพื่อใช้เป็นสื่อการจัดกิจกรรมการเรียน
การสอนให้ผู้เรียนได้ศึกษาทำความเข้าใจและสามารถฝึกฝนได้ด้วยตนเองและพัฒนาทักษะ
กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ผู้เรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
สูงขึ้น โดยมีครูผู้สอนเป็นผู้คอยแนะนำ

3. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่มนี้เป็นเล่มที่ 1 เรื่อง ลำดับ ประกอบด้วย คำชี้แจงการใช้แบบฝึกทักษะ
คณิตศาสตร์ คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์สำหรับครู คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะ
คณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียน สารและมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้
แบบทดสอบก่อนเรียน เกมคณิตคิดสนุก ใบความรู้ แบบฝึกทักษะ แบบทดสอบหลังเรียน
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน เฉลยเกมคณิตคิดสนุก เฉลยแบบฝึกทักษะ เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน

4. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เล่มนี้ใช้เวลาเรียน 6 ชั่วโมง

คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์สำหรับครู

การใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ครูผู้สอน มีบทบาทสำคัญที่จะช่วยให้การเรียนรู้ของนักเรียนบรรลุตามวัตถุประสงค์ ครูผู้สอนจึงควรศึกษา รายละเอียดเกี่ยวกับการปฏิบัติตนก่อนที่จะใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ตามขั้นตอน ดังนี้

1. ศึกษาแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ และอ่านเนื้อหาสาระอย่างละเอียดรอบคอบพร้อมทั้งทำความเข้าใจเนื้อหาเพื่อนำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ไปใช้
2. ชี้แจงขั้นตอนการเรียนรู้ โดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ให้นักเรียนเข้าใจ และเน้นย้ำเรื่องความซื่อสัตย์และความมีวินัย โดยไม่ลอกเพื่อน ไม่ให้เพื่อนทำให้ ไม่เปิดดูเฉลยก่อนลงมือทำ และส่งแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ตามกำหนดเวลา
3. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน เพื่อเป็นการวัดความรู้พื้นฐานของนักเรียนแต่ละคน
4. ให้นักเรียนเปลี่ยนกันตรวจแบบทดสอบก่อนเรียน และบันทึกผลคะแนนลงในแบบบันทึกคะแนน
5. แจ้งสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ ให้นักเรียนทราบ
6. จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เล่มนี้ ควบคู่กับแผนการจัดการเรียนรู้
7. สังเกตความสนใจในการเรียน ความตั้งใจในการทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์และการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มของนักเรียนอย่างใกล้ชิด และให้คำแนะนำเมื่อนักเรียนมีข้อสงสัยซักถาม
8. เมื่อนักเรียนทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์เสร็จแล้ว ให้ช่วยกันตรวจคำตอบจากเฉลย และบันทึกผลคะแนนลงในแบบบันทึกคะแนน จากนั้นร่วมกันสรุปองค์ความรู้ โดยครูคอยแนะแนวทาง และอธิบายเพิ่มเติม
9. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียนเพื่อประเมินความก้าวหน้าของนักเรียน
10. ให้นักเรียนเปลี่ยนกันตรวจแบบทดสอบหลังเรียน และบันทึกผลคะแนนลงในแบบบันทึกคะแนน

คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียน

ในการศึกษาแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่มที่ 1 ลำดับ นักเรียนควรปฏิบัติตามคำแนะนำ ดังนี้

1. อ่านคำชี้แจงการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ คำแนะนำการใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนให้เข้าใจ ก่อนลงมือปฏิบัติกิจกรรม
2. ศึกษาสาระและมาตรฐานการเรียนรู้ ตัวชี้วัด จุดประสงค์การเรียนรู้ และขั้นตอนการเรียนรู้ โดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ให้เข้าใจ
3. ทำแบบทดสอบก่อนเรียน ลงในกระดาษคำตอบ และเปลี่ยนกันตรวจคำตอบจากเฉลยแบบทดสอบก่อนเรียนพร้อมทั้งบันทึกคะแนนลงในแบบบันทึกคะแนนเพื่อวัดความรู้พื้นฐานของตนเอง
4. ศึกษาและทำความเข้าใจเนื้อหาจากใบความรู้และตัวอย่าง
5. ทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ด้วยตนเองตามลำดับ ต้องมีความซื่อสัตย์ ไม่เปิดดูเฉลยก่อนลงมือทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ และเปลี่ยนกันตรวจแบบฝึกทักษะตามเฉลยแล้วบันทึกคะแนนที่ได้ลงในแบบบันทึกคะแนน
6. เมื่อนักเรียนไม่เข้าใจ ทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ข้อใดไม่ได้ หรือมีปัญหาข้อสงสัยในเนื้อหา ให้กลับไปศึกษาใบความรู้และตัวอย่างอีกครั้งจนเข้าใจดี หรือขอคำแนะนำจากครูผู้สอนแล้วจึงกลับมาทำแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์อีกครั้งให้ถูกต้อง
7. ทำแบบทดสอบหลังเรียนลงในกระดาษคำตอบ และเปลี่ยนกันตรวจคำตอบจากเฉลยแบบทดสอบหลังเรียนพร้อมทั้งบันทึกคะแนนลงในแบบบันทึกคะแนน เพื่อประเมินความก้าวหน้าของตนเอง
8. ในแต่ละแบบฝึกทักษะนักเรียนต้องทำแบบฝึกทักษะถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไปของจำนวนข้อทั้งหมด จึงจะถือว่าผ่านเกณฑ์การประเมินของแต่ละแบบฝึก

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้ / ตัวชี้วัด

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

ตัวชี้วัด ค 4.1 ม.4 – 6/5 เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิต และลำดับเรขาคณิต หาพจน์ต่างๆของลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต และนำไปใช้

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.4 – 6/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.4 – 6/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

ตัวชี้วัด ค 6.1 ม.4 – 6/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน

จุดประสงค์การเรียนรู้



1. ด้านความรู้

- 1.1 นักเรียนสามารถบอกความหมายของลำดับได้อย่างถูกต้อง
- 1.2 นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่าลำดับใดเป็นลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์ได้อย่างถูกต้อง
- 1.3 นักเรียนสามารถเขียนลำดับในรูปแจกพจน์ได้อย่างถูกต้อง
- 1.4 นักเรียนสามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

2. ด้านทักษะกระบวนการ

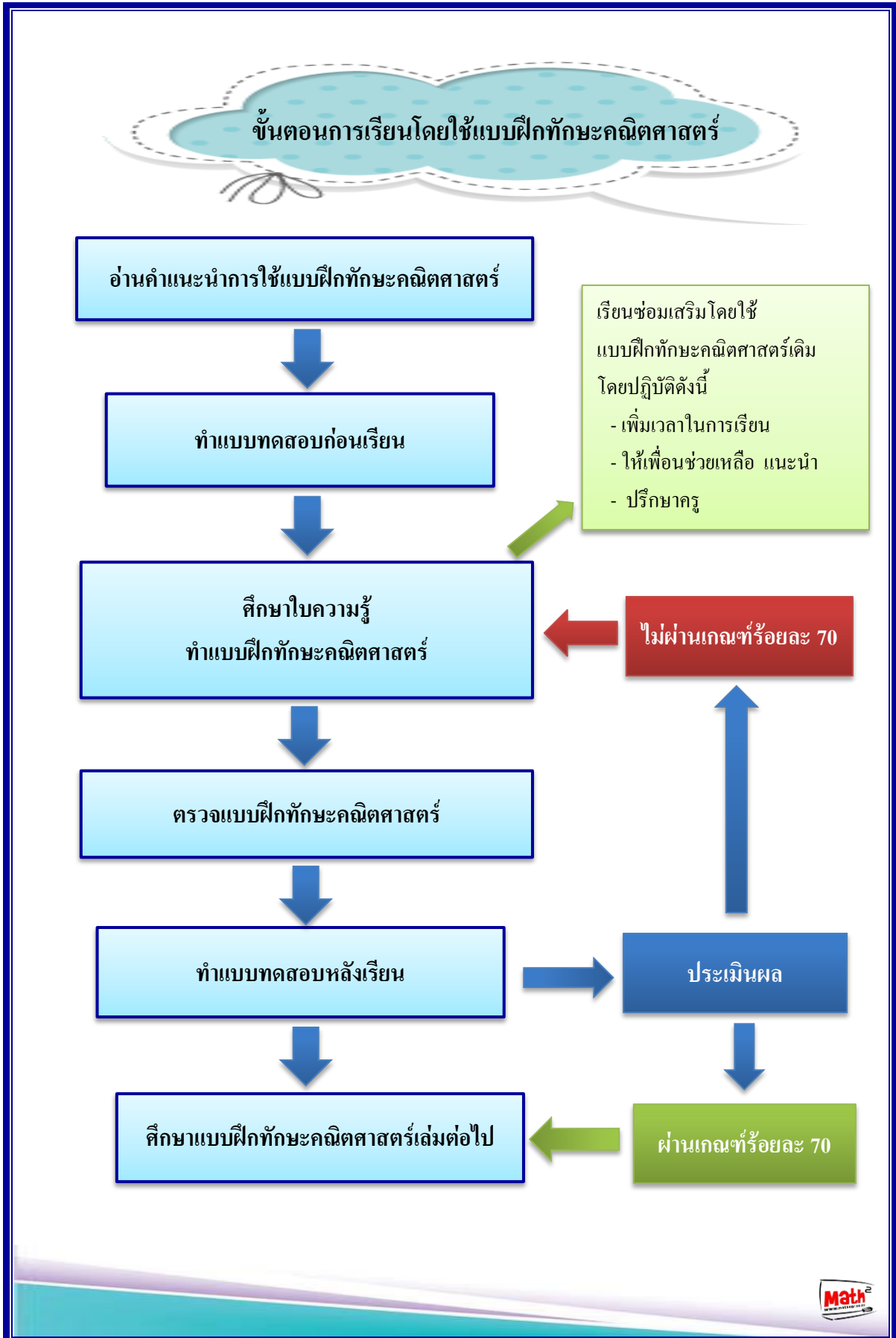
- 2.1 การแก้ปัญหา
- 2.2 การให้เหตุผล
- 2.3 การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ

3. ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

- 3.1 ซื่อสัตย์สุจริต
- 3.2 มีวินัย
- 3.3 ใฝ่เรียนรู้
- 3.4 มุ่งมั่นในการทำงาน

เวลาที่ใช้ในการศึกษา
จำนวน 6 ชั่วโมง







แบบทดสอบก่อนเรียน
เล่มที่ 1 เรื่อง ลำดับ

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
เวลา 20 นาที
คะแนนเต็ม 10 คะแนน

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถบอกความหมายของลำดับได้อย่างถูกต้อง
2. นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่าลำดับใดเป็นลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์ได้อย่างถูกต้อง
3. นักเรียนสามารถเขียนลำดับในรูปแจกพจน์ได้อย่างถูกต้อง
4. นักเรียนสามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ จำนวน 10 ข้อใช้เวลาทำแบบทดสอบทั้งหมด 20 นาที
2. ให้นักเรียนพิจารณาว่าข้อใดเป็นคำตอบที่ถูกต้องที่สุด ข้อละหนึ่งคำตอบแล้วทำเครื่องหมาย (X) ที่ช่องว่าง ก, ข, ค หรือ ง ในกระดาษคำตอบที่แจกให้ดังนี้

ตัวอย่าง

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1	X			
2			X	

3. หากต้องการเปลี่ยนตัวเลือกใหม่ในแต่ละข้อให้ดำเนินการดังนี้

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1	✗			✗
2			✗	

4. เกณฑ์การให้คะแนน

ตอบถูก ได้คะแนน 1 คะแนน

ตอบผิด ได้คะแนน 0 คะแนน

5. ห้ามขีดเขียนเครื่องหมายหรือข้อความใดๆ ลงในแบบทดสอบ ก่อนได้รับอนุญาต

1. พิจารณาฟังก์ชันในข้อต่อไปนี้ข้อใดเป็นลำดับ

ก. $f = \{(1,2), (2,5), (3,11), (4,14), \dots\}$

ข. $g = \{(1,-12), (3,-14), (5,-18)\}$

ค. $h = \{(0,10), (1,30), (2,90), (3,27)\}$

ง. $I = \{(2,0), (4,1), (6,2), (8,3)\}$

2. ลำดับในข้อใดเป็นลำดับจำกัด

ก. $a_n = 5n - 3$

ข. $a_n = 3n + 5$

ค. $a_n = 2^n, n \in I^+, n < 8$

ง. $a_n = (1)^n(n^2 - 2), n \in N$

3. 4 พจน์แรกของลำดับ $a_n = 3n - 2$ ตรงกับข้อใด

ก. 1, 3, 5, 7

ข. 1, 4, 7, 10

ค. 1, 5, 8, 11

ง. 1, 3, 7, 11

4. ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก. $-1, 1, -1, 1, \dots$ มี $a_9 + a_{11} = 0$

ข. $100, 99, 97, 94, \dots$ มี $a_{10} = 90$

ค. $2, 4, 8, 16, \dots$ มี $a_{20} = 2^{n-1}$

ง. $2, 4, 6, 8, \dots$ มี $a_n = 2n$

5. กำหนดลำดับที่มี $a_n = \begin{cases} n^2 + 1 & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคู่} \\ -4 & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคี่} \end{cases}$

ข้อใดคือ 4 พจน์แรกของลำดับนี้

ก. $2, 5, 10, 15$

ข. $4, 5, 4, 15$

ค. $-4, 5, -4, 17$

ง. $-4, 5, -4, 16$

6. ถ้าลำดับมีพจน์ทั่วไป หรือ $a_n = \frac{7n^2}{2n+1}$ จงหาว่า $\frac{112}{9}$ ตรงกับพจน์ที่เท่าใด

ก. 5

ข. 4

ค. 3

ง. 2

7. พจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับ $1, 6, 16, 31, \dots$ ตรงกับข้อใด

ก. $36, 46$

ข. $41, 56$

ค. $51, 66$

ง. $51, 76$

8. พจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 5, 9, 13, ... ตรงกับข้อใด

ก. $a_n = 4n - 3$

ข. $a_n = 5n - 4$

ค. $a_n = 3n + 4$

ง. $a_n = 4n + 3$

9. กำหนดพจน์ทั่วไป $a_n = (-1)^n(n+1)$ ค่าของ $a_{10} + a_{20}$ ตรงกับข้อใด

ก. 22

ข. 32

ค. 231

ง. 232

10. ลำดับ 0, 1, 4, 9, 16 พจน์ทั่วไปตรงกับข้อใด

ก. $a_n = n^2$

ข. $a_n = (n+1)^2$

ค. $a_n = (n-1)^2$

ง. $a_n = n^2 - 1$

**กระดาษคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียน
เล่มที่ 1 เรื่อง ลำดับ**

ชื่อ - สกุล ชั้น.....เลขที่.....คะแนนที่ได้.....คะแนน



คำชี้แจง

ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ลงในช่อง ก, ข, ค หรือ ง ในกระดาษคำตอบให้ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว

แบบทดสอบก่อนเรียน				
ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				



จากแผนภาพการจับคู่ของโดเมนกับเรนจ์จะเห็นว่า ความสัมพันธ์ข้างต้นเป็นฟังก์ชัน
มีโดเมนเป็น $\{1, 2, 3, 4\}$ และมีเรนจ์เป็น $\{2, 4, 6, 8\}$

ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรกหรือโดเมนเป็นเซต
ของจำนวนเต็มบวกที่เรียงจากน้อยไปหามากโดยเริ่มตั้งแต่ 1 เรียกว่า ลำดับ

ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาว่าข้อใดต่อไปนี้ เป็นลำดับ

1. $f = \{(1,1), (2,4), (3,9), (4,16)\}$ เป็นลำดับ

เพราะมีโดเมนเป็น $\{1, 2, 3, 4\}$ เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก 4 ตัวแรก

2. $g = \{(1, -1), (2, -2), (3, -3), (4, -4), \dots\}$ เป็นลำดับ

เพราะมีโดเมนเป็น $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ เป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่เรียงจากน้อยไปหามากโดยเริ่มตั้งแต่ 1

ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์

ในกรณีที่ฟังก์ชันเป็นลำดับที่มีโดเมนเป็น $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ จะเรียกลำดับดังกล่าวว่า ลำดับจำกัด และในกรณีที่ฟังก์ชันเป็นลำดับที่มีโดเมนเป็น $\{1, 2, 3, \dots\}$ จะเรียกลำดับดังกล่าวว่า ลำดับอนันต์

ในการเขียนลำดับจะเขียนเฉพาะสมาชิกของเรนจ์เรียงกันไป กล่าวคือ ถ้า a เป็นลำดับจำกัด จะเขียนแทนด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ในกรณีที่ a เป็นลำดับอนันต์จะเขียนแทนด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

ตัวอย่างที่ 1 จงเขียนลำดับจากฟังก์ชันที่กำหนดให้ในแต่ละข้อ พร้อมทั้งบอกลำดับที่ได้ เป็นลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์

1. $f = \{(1,1), (2,3), (3,5), (4,7), (5,9)\}$ เขียนเป็นลำดับ คือ 1, 3, 5, 7, 9

ที่มี $a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 5, a_4 = 7, a_5 = 9$, มีจำนวน 5 พจน์ เป็นลำดับจำกัด

2. $f = \{(x,y) | y = 3x - 2, x \in I^+\}$ เขียนเป็นลำดับ คือ 1, 4, 7, 10, ...

ที่มี $a_1 = 1, a_2 = 4, a_3 = 7, a_4 = 10$ และมีจำนวนไปเรื่อยๆ เป็นลำดับอนันต์

ใช้เวลา 10 นาที

แบบฝึกทักษะที่ 1
เรื่อง ความหมายของลำดับ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถบอกความหมายของลำดับได้อย่างถูกต้อง



ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างพร้อมทั้งพิจารณาว่าข้อใดเป็นลำดับหรือไม่เป็นลำดับโดยเขียนเครื่องหมาย ✓ ให้ตรงคำตอบที่ถูกต้อง (ข้อละ 2 คะแนน)

ฟังก์ชัน	โดเมน	เรนจ์	เป็นลำดับ	ไม่เป็นลำดับ
1. $\{(1,5), (2,10), (3,15)\}$				
2. $f(x) = x + 1, x = 1, 2, 3, \dots$				
3. $\{(2,3), (4,6), (5,9), \dots\}$				
4. $\{(1, -1), (2, -2), (3, -3)\}$				
5. $\{(1,1), (5,4), (7,9), \dots\}$				
6. $f(x) = 2x - 1, x = 1, 2, 3, \dots$				
7. $f(x) = 2^x, x = 0, 1, 2$				
8. $f(x) = (-1)^x, x = 1, 2, 3, \dots, n$				
9. $f(x) = 3x + 1, x = 1, 2, 3, \dots$				
10. $f(x) = 3x, x = -1, -2, -3, \dots$				

สรุป จากตาราง

ลำดับ คือ.....

.....

.....

ใช้เวลา 10 นาที

แบบฝึกทักษะที่ 2
เรื่อง ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่าลำดับใดเป็นลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์ได้อย่างถูกต้อง



ให้นักเรียนพิจารณาว่าข้อใดเป็นลำดับจำกัดและลำดับอนันต์โดยเขียนเครื่องหมาย ✓ ให้ตรงคำตอบที่ถูกต้อง (ข้อละ 1 คะแนน)

ข้อ	ลำดับที่กำหนดให้	ลำดับจำกัด	ลำดับอนันต์
1	4, 7, 10, 13, 16, ...		
2	2, 5, 8, 11, 14		
3	1, 4, 9, 16, 25, ...		
4	6, 10, 14, 18, 22, 26		
5	-1, -3, -5, -7, ...		
6	$a_n = 2n + 1$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, \dots$		
7	$a_n = 4n$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4$		
8	$a_n = n + 1$ เมื่อ $n \in I^+$		
9	$a_n = \frac{n}{n+1}$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, \dots, 9$		
10	$a_n = -4n - 1$		

สรุปได้ว่า

ลำดับจำกัด คือ

ลำดับอนันต์ คือ

ใช้เวลา 10 นาที

เกมคณิตคิดสนุก 1
ตามหาฉันให้เจอ

ชุดที่ 1

95	85	...	65	...
----	----	-----	----	-----

ตัวเลขที่หายไป คือ.....

ชุดที่ 2

7	...	21	28	...
---	-----	----	----	-----

ตัวเลขที่หายไป คือ.....

ชุดที่ 3

...	18	36	...	144
-----	----	----	-----	-----

ตัวเลขที่หายไป คือ.....

ชุดที่ 4

1	...	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$...
---	-----	---------------	---------------	-----

ตัวเลขที่หายไป คือ.....

ใช้เวลา 30 นาที

ใบความรู้ที่ 2
เรื่อง การเขียนลำดับ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถเขียนลำดับในรูปแฉงพจน์ได้อย่างถูกต้อง

การเขียนลำดับ

ในการเขียนลำดับใดๆ โดยทั่วไปนิยมเขียนได้ 2 แบบ คือ

1. การเขียนลำดับแบบแฉงพจน์
2. การเขียนลำดับแบบพจน์ทั่วไป

1. การเขียนลำดับแบบแฉงพจน์ คือ เขียนเฉพาะค่าสมาชิกของเรนจ์หรือสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับเรียงกันไป

กล่าวคือ ถ้า a เป็นลำดับจำกัด จะเขียนแทนด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$

ในกรณีที่ a เป็นลำดับอนันต์ จะเขียนแทนด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

เรียก a_1 ว่า พจน์ที่ 1 ของลำดับ

a_2 ว่า พจน์ที่ 2 ของลำดับ

a_3 ว่า พจน์ที่ 3 ของลำดับ

⋮

a_n ว่า พจน์ที่ n หรือพจน์ทั่วไป (General term) ของลำดับ

เช่น 1) ถ้า $f_1 = \{(1,5), (2,10), (3,15)\}$

เขียนแทนด้วย 5, 10, 15

2) ถ้า $f_2 = \{(1,3), (2,6), (3,9), \dots, (n,3n), \dots\}$

เขียนแทนด้วย 3, 6, 9, ...

3) 3, 8, 15, 24, 35 เป็นลำดับจำกัด

ที่มี $a_1 = 3, a_2 = 8, a_3 = 15, a_4 = 24, a_5 = 35$

4) 5, 7, 9, 11, 13, ... เป็นลำดับอนันต์

ที่มี $a_1 = 5, a_2 = 7, a_3 = 9, a_4 = 11, a_5 = 13$ และ $a_n = 2n + 3$

2. การเขียนลำดับแบบพจน์ทั่วไป คือ การเขียนในรูปฟังก์ชันพร้อมทั้งระบุสมาชิกในโดเมน
- เช่น
1. ลำดับ 3, 8, 15, 24, 35 อาจเขียนแทนด้วย $a_n = n(n+2)$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 2. ลำดับ 5, 7, 9, 11, 13, ... อาจเขียนแทนด้วย $a_n = 2n+3$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็ม

บวก

หมายเหตุ ในกรณีที่กำหนดลำดับโดยพจน์ทั่วไป ถ้าไม่ได้ระบุสมาชิกในโดเมนให้ถือว่าลำดับนั้น เป็นลำดับอนันต์

การหาพจน์ใดๆ จากพจน์ทั่วไป

การหาพจน์ใดๆ ของลำดับเมื่อกำหนดพจน์ทั่วไป (a_n) มาให้ ทำได้โดยแทนค่า n ในพจน์ทั่วไปด้วยจำนวนที่ต้องการ

ตัวอย่างที่ 1

จงหา 4 พจน์แรกของลำดับ $a_n = 4n+1$

แนวคิด

จาก $a_n = 4n+1$

$$a_1 = 4(1)+1 = 5$$

$$a_2 = 4(2)+1 = 9$$

$$a_3 = 4(3)+1 = 13$$

$$a_4 = 4(4)+1 = 17$$

ดังนั้น 4 พจน์แรก คือ 5, 9, 13, 17

ตัวอย่างที่ 2

จงหา 4 พจน์แรกของลำดับ $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$

แนวคิด

จาก $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$

$$a_1 = \frac{1(1+1)}{2} = 1$$

$$a_2 = \frac{2(2+1)}{2} = 3$$

$$a_3 = \frac{3(3+1)}{2} = 6$$

$$a_4 = \frac{4(4+1)}{2} = 10$$

ดังนั้น 4 พจน์แรก คือ 1, 3, 6, 10

ตัวอย่างที่ 3

กำหนดลำดับ $a_n = 3n-4$ จงหาค่าของ $2a_5 - 3a_2$

แนวคิด

จากพจน์ทั่วไป $a_n = 3n-4$

จะได้ $a_5 = 3(5)-4$
 $= 15-4$
 $= 11$

และ $a_2 = 3(2)-4$
 $= 6-4$
 $= 2$

นั่นคือ $2a_5 - 3a_2 = 2(11)-3(2)$
 $= 22-6$
 $= 16$

ดังนั้น $2a_5 - 3a_2 = 16$

ใช้เวลา 20 นาที

แบบฝึกทักษะที่ 3
เรื่อง การเขียนลำดับแบบแจกพจน์

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถเขียนลำดับในรูปแจกพจน์ได้อย่างถูกต้อง

คำชี้แจง

ให้นักเรียนศึกษาการเขียนลำดับแบบแจกพจน์ในข้อ 1 – 2 แล้วพิจารณาข้อ 3 – 12 พร้อมทั้งเติมคำตอบให้ถูกต้อง (ข้อละ 2 คะแนน)

ข้อที่	a_n (พจน์ทั่วไป)	a_1 (พจน์ที่ 1)	a_2 (พจน์ที่ 2)	a_3 (พจน์ที่ 3)	สามพจน์แรก ของลำดับ
1	$3n + 1$	$3(1) + 1 = 4$	$3(2) + 1 = 7$	$3(3) + 1 = 10$	4, 7, 10
2	$8n - 3$	$8(1) - 3 = 5$	$8(2) - 3 = 13$	$8(3) - 3 = 21$	5, 13, 21
3	$2n^2 - 1$				
4	$n^2 + 2$				
5	$(n + 1)^2$				
6	$2 - 3n$				
7	$n(n + 1)$				
8	$5n - 3$				
9	$\frac{n(n + 1)}{2}$				
10	$-4n + 1$				
11	$-5n - 2$				
12	$3n - 5$				

ใช้เวลา 15 นาที

เกมคณิตคิดสนุก 2
สนุกกับเกมสร้างรูปแบบของจำนวน

วิธีเล่น ตารางจำนวนด้านล่างนี้ แต่ละแถวจะเป็นไปตามกฎที่อยู่ในรูปหกเหลี่ยมสีฟ้า ด้านซ้ายสุดของแถว ที่หัวของแต่ละคอลัมน์เป็นค่าของจำนวน (n) ที่จะใช้ ให้เติมคำตอบที่มีความสอดคล้องกับกฎทางซ้ายและค่า n ที่หัวของแต่ละคอลัมน์

หมายเหตุ จำไว้ว่าให้คำนวณค่าที่อยู่ในวงเล็บก่อน

Rule (กฎ)	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$
$n+5$					
$n-1$					
$2-3n$					
$n(n-1)$					
2^n					

ใช้เวลา 25 นาที

ใบความรู้ที่ 3
เรื่อง การหาพจน์ถัดไปของลำดับ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาพจน์ถัดไปของลำดับที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง

การหาพจน์ถัดไปของลำดับแบบแจกพจน์

หลักการ จากลำดับแบบแจกพจน์ที่กำหนดให้ ต้องทำการหารูปแบบการเปลี่ยนแปลงของพจน์ในลำดับ

1. จากพจน์ที่ 1 มีการเปลี่ยนแปลงอย่างไรจึงจะได้พจน์ที่ 2
2. จากพจน์ที่ 2 มีการเปลี่ยนแปลงอย่างไรจึงจะได้พจน์ที่ 3 ทำเช่นนี้ไปเรื่อยๆ

จนครบทุกพจน์ในลำดับ

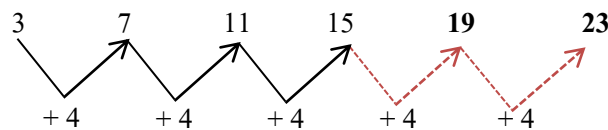
3. พจน์ถัดไปในลำดับก็จะเปลี่ยนแปลงค่าในลักษณะเดียวกัน

ตัวอย่างที่ 1

จงหาพจน์ถัดไปอีก 2 พจน์ของลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้ 3, 7, 11, 15

แนวคิด

พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ



จะเห็นว่าพจน์ที่อยู่ถัดไปจะเพิ่มขึ้นทีละ 4

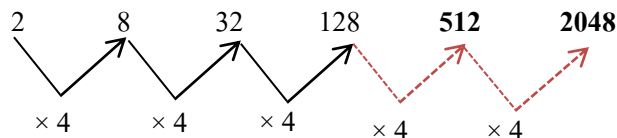
ดังนั้น สองพจน์ถัดไปของลำดับ คือ 19 และ 23

ตัวอย่างที่ 2

จงหาพจน์ถัดไปอีก 2 พจน์ของลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้ 2, 8, 32, 128

แนวคิด

พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ



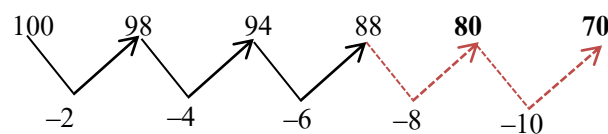
จะเห็นว่าพจน์ที่อยู่ถัดไปจะเป็น 4 เท่าของพจน์ที่อยู่ข้างหน้า
ดังนั้น สองพจน์ถัดไปของลำดับ คือ 512 และ 2048

ตัวอย่างที่ 3

จงหาพจน์ถัดไปอีก 2 พจน์ของลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้ 100, 98, 94, 88

แนวคิด

พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ



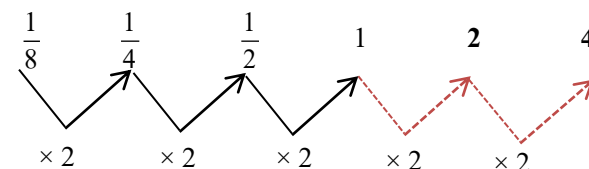
จะเห็นว่าพจน์ที่อยู่ถัดไปของลำดับนี้จะลดลง 2, 4, 6 ตามลำดับ
ดังนั้น สองพจน์ถัดไปของลำดับจะลดลง 8 และ 10 ตามลำดับ จะได้ 80 และ 70

ตัวอย่างที่ 4

จงหาพจน์ถัดไปอีก 2 พจน์ของลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้ $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, \dots$

แนวคิด

พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ



จะเห็นว่าพจน์ที่อยู่ถัดไปจะเป็น 2 เท่าของพจน์ที่อยู่ข้างหน้า
ดังนั้น สองพจน์ถัดไปของลำดับคือ 2 และ 4

ใช้เวลา 20 นาที

แบบฝึกทักษะที่ 4
เรื่อง การหาพจน์ถัดไปของลำดับ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาพจน์ถัดไปของลำดับที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

คำชี้แจง จงหาพจน์ถัดไปของลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (ข้อละ 2 คะแนน)

1. จงหาพจน์ถัดไป 4 พจน์ของลำดับ 1, 4, 7, 10, ...

แนวคิด

.....
.....
.....
.....
.....

2. จงหาพจน์ถัดไป 4 พจน์ของลำดับ 2, 3, 5, 8, ...

แนวคิด

.....
.....
.....
.....

3. จงหาพจน์ถัดไป 4 พจน์ของลำดับ -5, 0, 5, 10, ...

แนวคิด

.....
.....
.....
.....

4. จงหาพจน์ถัดไป 4 พจน์ของลำดับ 1, 2, 6, 24, ...

แนวคิด

.....

.....

.....

.....

.....

5. จงหาพจน์ถัดไป 4 พจน์ของลำดับ 27, 9, 3, 1, $\frac{1}{3}$, ...

แนวคิด

.....

.....

.....

.....

.....

ใช้เวลา 30 นาที

ใบความรู้ที่ 4
เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ คือ การเขียนแสดงพจน์ทั่วไป a_n ในรูปที่มี n เป็นตัวแปร และเมื่อแทน n ด้วยสมาชิกในเซต $\{1, 2, 3, \dots, m\}$ แล้วได้พจน์ที่ $1, 2, 3, \dots, m$ ของลำดับ ตรงตามที่กำหนดวิธีหาพจน์ทั่วไปเช่นนี้ โดยทั่วไปใช้การสังเกตความสัมพันธ์ของพจน์ต่างๆ และความสัมพัทธ์ระหว่างพจน์กับลำดับที่ของพจน์

การหาพจน์ทั่วไป โดยใช้การสังเกตความสัมพันธ์ของพจน์ต่างๆ และความสัมพัทธ์ระหว่างพจน์กับลำดับที่ของพจน์ ได้ดังนี้

1. เขียนตำแหน่งของลำดับแต่ละค่าไว้
2. หาค่าของลำดับในแต่ละค่ามีการเปลี่ยนแปลงค่าจากค่าตำแหน่งอย่างไร ซึ่งอาจจะเปลี่ยนแปลงได้หลายแบบ เช่น บวกเพิ่ม ลบออก คูณเข้า หาค่ากำลังด้วยจำนวนใดจำนวนหนึ่ง
3. จากรูปแบบการเปลี่ยนแปลงทั้งหมดที่ได้ในข้อ 2 ให้เลือกเอารูปแบบการเปลี่ยนแปลงค่าในลักษณะเดียวกัน
4. นำผลที่ได้จากข้อ 3 มาเปลี่ยนค่าตำแหน่งด้วย n จะได้พจน์ทั่วไปหรือพจน์ที่ n ของลำดับ

ตัวอย่างที่ 1

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด $2, 3, 4, 5$

แนวคิด

จากลำดับจำกัด $2, 3, 4, 5$

จะได้ $a_1 = 2 = 1 + 1$

$$a_2 = 3 = 2 + 1$$

$$a_3 = 4 = 3 + 1$$

$$a_4 = 5 = 4 + 1$$

$$a_n = n + 1$$

ดังนั้น จะได้พจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด คือ $a_n = n + 1$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4\}$

ตัวอย่างที่ 2

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด 1, -2, 3, -4, 5

แนวคิด

จากลำดับจำกัด 1, -2, 3, -4

$$\text{จะได้ } a_1 = 1 = (-1)^2 \times 1$$

$$a_2 = -2 = (-1)^3 \times 2$$

$$a_3 = 3 = (-1)^4 \times 3$$

$$a_4 = -4 = (-1)^5 \times 4$$

$$a_5 = 5 = (-1)^6 \times 5$$

$$a_n = (-1)^{n+1} n$$

ดังนั้น จะได้พจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด คือ $a_n = (-1)^{n+1} n$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

ตัวอย่างที่ 3

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$

แนวคิด

จากลำดับจำกัด 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$

$$\text{จะได้ } a_1 = 1 = \frac{1}{2^{1-1}}$$

$$a_2 = \frac{1}{2} = \frac{1}{2^{2-1}}$$

$$a_3 = \frac{1}{4} = \frac{1}{2^{3-1}}$$

$$a_4 = \frac{1}{8} = \frac{1}{2^{4-1}}$$

$$a_5 = \frac{1}{16} = \frac{1}{2^{5-1}}$$

$$a_n = \frac{1}{2^{n-1}}$$

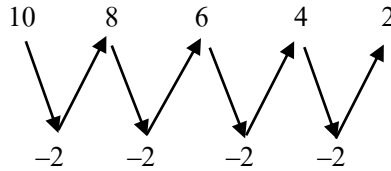
ดังนั้น จะได้พจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด คือ $a_n = \frac{1}{2^{n-1}}$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

ตัวอย่างที่ 4

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 10, 8, 6, 4, 2, ...

แนวคิด

พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ 10, 8, 6, 4, 2, ...



พบว่า พจน์แต่ละพจน์จะน้อยกว่าพจน์ที่มาก่อนอยู่ -2

พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

พจน์ (1)	(2)	(3)	(4)	(5)
10	8	6	4	2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$12 - 2$	$12 - 4$	$12 - 6$	$12 - 8$	$12 - 10$

หรือ $12 - (2 \times 1)$, $12 - (2 \times 2)$, $12 - (2 \times 3)$, $12 - (2 \times 4)$, $12 - (2 \times 5)$
 ดังนั้น จะได้พจน์ทั่วไป หรือ $a_n = 12 - 2n$

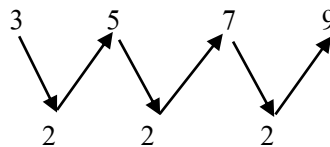
ตัวอย่างที่ 4

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \dots$

แนวคิด

พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \dots$

พิจารณาจำนวนที่เป็นตัวส่วนพบว่า



พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับลำดับ 3, 5, 7, 9

พจน์ที่ (1)	(2)	(3)	(4)
3	5	7	9
⋮	⋮	⋮	⋮
$2(1) + 1$	$2(2) + 1$	$2(3) + 1$	$2(4) + 1$

ดังนั้น จะได้พจน์ทั่วไป หรือ $a_n = \frac{1}{2n + 1}$

ใช้เวลา 30 นาที

แบบฝึกทักษะที่ 5
เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

คำชี้แจง จงหาพจน์ทั่วไป หรือพจน์ที่ n ของลำดับจำกัดต่อไปนี้ (ข้อละ 4 คะแนน)

1. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 3, 5, 7, ...

แนวคิด

.....
.....
.....
.....
.....

2. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 4, 9, 16, 25, ...

แนวคิด

.....
.....
.....
.....

3. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 8, 27, 64, ...

แนวคิด

.....
.....
.....
.....

4. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $-1, 2, -3, 4, -5, \dots$

แนวคิด

.....

.....

.....

.....

.....

5. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

แนวคิด

.....

.....

.....

.....

.....

ใช้เวลา 30 นาที

ใบความรู้ที่ 5

เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม

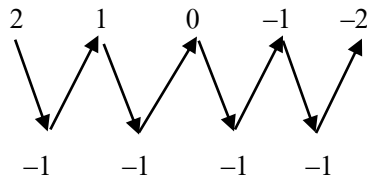
การหาพจน์ทั่วไปของลำดับในตัวอย่างที่กล่าวมาข้างต้นเป็นการหาโดยใช้การสังเกตความสัมพันธ์ของแต่ละพจน์กับลำดับของพจน์ซึ่งในบางครั้งอาจจะไม่สะดวกที่จะใช้วิธีการดังกล่าว อีกวิธีหนึ่งที่นิยมใช้กัน คือ การใช้ฟังก์ชันพหุนาม หาพจน์ทั่วไป ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 1, 0, -1, -2

แนวคิด

จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกัน ได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่ 1 คงที่และมีค่าเท่ากับ -1

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป $a_n = an + b$

แทน n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1, 2, 3 และ 4

จะได้ $a_1 = 2 = a + b \dots\dots\dots(1)$

$a_2 = 1 = 2a + b \dots\dots\dots(2)$

$a_3 = 0 = 3a + b \dots\dots\dots(3)$

$a_4 = -1 = 4a + b \dots\dots\dots(4)$

จาก (1) จะได้ $a = 2 - b \dots\dots\dots(5)$

แทน a ในสมการ (2) จะได้ $2(2 - b) + b = 1$

$4 - 2b + b = 1$

$$-b = -3$$

$$b = 3$$

แทน b ในสมการ (5) จะได้ $a = 2 - 3$

$$a = -1$$

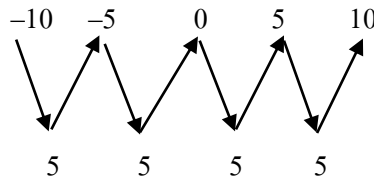
ดังนั้น $a_n = -n + 3$ หรือ $a_n = 3 - n$

ตัวอย่างที่ 2

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $-10, -5, 0, 5, 10$

แนวคิด

จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกัน ได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่ 1 คงที่และมีค่าเท่ากับ 5

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป $a_n = an + b$

แทน n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1, 2, 3 และ 4

$$\text{จะได้ } a_1 = -10 = a + b \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$a_2 = -5 = 2a + b \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$a_3 = 0 = 3a + b \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$a_4 = 5 = 4a + b \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$\text{จาก (1) จะได้ } a = -10 - b \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\text{แทน } a \text{ ในสมการ (2) จะได้ } 2(-10 - b) + b = -5$$

$$-20 - 2b + b = -5$$

$$-b = 15$$

$$b = -15$$

แทน b ในสมการ (5) จะได้ $a = -10 + 15$

$$a = 5$$

ดังนั้น $a_n = 5n - 15$

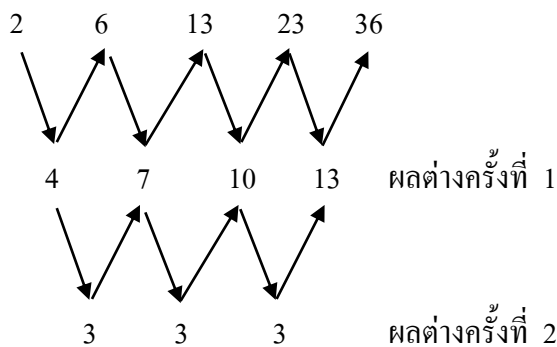
โดยลำดับบางลำดับผลต่างของพจน์ที่อยู่ติดกันอาจจะไม่คงตัว แต่ถ้านำผลต่างดังกล่าวมาหาผลต่างของพจน์ทางขวา ลบด้วยพจน์ทางซ้ายที่อยู่ติดกันอีกครั้ง พบว่าค่าคงตัวจะทำให้ได้ว่าพจน์ทั่วไปของลำดับนี้เป็นพหุนามของ n ที่มีดีกรี 2 ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 3

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 6, 13, 23

แนวคิด

จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกัน ได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่ 2 คงที่และมีค่าเท่ากับ 3
ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป

$$a_n = an^2 + bn + c$$

แทน n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1, 2, 3 และ 4

จะได้ $a_1 = 2 = a + b + c \dots\dots\dots(1)$

$$a_2 = 6 = 4a + 2b + c \dots\dots\dots(2)$$

$$a_3 = 13 = 9a + 3b + c \dots\dots\dots(3)$$

$$a_4 = 23 = 16a + 4b + c \dots\dots\dots(4)$$

แก้ระบบสมการเชิงเส้นเพื่อหา a, b และ c ได้ดังนี้

$$(2) - (1) ; \quad 4 = 3a + b \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$(3) - (2) ; \quad 7 = 5a + b \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$(6) - (5) ; \quad 3 = 2a$$

หรือ $a = \frac{3}{2}$

แทน $a = \frac{3}{2}$ ใน (5) จะได้ $3a + b = 4$

$$3\left(\frac{3}{2}\right) + b = 4$$

$$b = 4 - \frac{9}{2}$$

$$b = -\frac{1}{2}$$

แทน $a = \frac{3}{2}$ และ $b = -\frac{1}{2}$ ใน (1) จะได้

$$a + b + c = 2$$

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{2} + c = 2$$

$$c = 2 - 1$$

$$c = 1$$

ดังนั้นพจน์ทั่วไปของลำดับ คือ $a_n = \frac{3}{2}n^2 - \frac{1}{2}n + 1$

ใช้เวลา 30 นาที

แบบฝึกทักษะที่ 6
เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีทำการหาพจน์ทั่วไปของลำดับ โดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม
ข้อละ 4 คะแนน

1. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $4, 7, 10, 13, \dots$

แนวคิด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $-1, -4, -7, -10, \dots$

แนวคิด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 5, 9, 13, 17, ...

แนวคิด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 9, 22, 41, 66, ...

แนวคิด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 0, 5, 12, 21, 32, ...

แนวคิด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ใช้เวลา 20 นาที

ใบความรู้ที่ 6
เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับกรณีผลต่างสองชั้นโดยวิธีลด

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง

จากการหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนามกรณีผลต่างสองชั้น

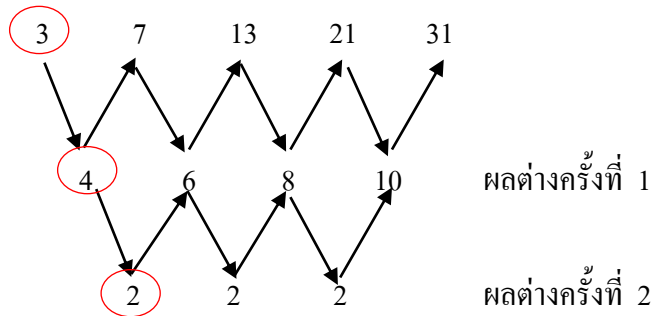
พจน์ทั่วไปอยู่ในรูป $a_n = an^2 + bn + c$

ตัวอย่างที่ 1

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 3, 7, 13, 21, 31, ...

แนวคิด

จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกันได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่สองคงที่ และมีค่าเท่ากับ 2

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป

$$a_n = an^2 + bn + c$$

แทน n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1, 2, 3 และ 4

$$\text{จะได้ } a_1 = 3 = a + b + c \dots\dots\dots(1)$$

$$a_2 = 7 = 4a + 2b + c \dots\dots\dots(2)$$

$$a_3 = 13 = 9a + 3b + c \dots\dots\dots(3)$$

$$a_4 = 21 = 16a + 4b + c \dots\dots\dots(4)$$

แก้ระบบสมการเชิงเส้นเพื่อหา a , b และ c ได้ดังนี้

$$(2) - (1) ; \quad 4 = 3a + b \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$(3) - (2) ; \quad 6 = 5a + b \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$(6) - (5) ; \quad 2 = 2a$$

หรือ $a = 1$

แทน $a = 1$ ใน (5) จะได้ $3(1) + b = 4$

$$b = 4 - 3$$

$$b = 1$$

แทน $a = 1$ และ $b = 1$ ใน (1) จะได้ $1 + 1 + c = 3$

$$c = 3 - 2$$

$$c = 1$$

ดังนั้นจะได้ พจน์ทั่วไปของลำดับ คือ $a_n = n^2 + n + 1$

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับกรณีผลต่างสองชั้น (โดยวิธีลัด)

โดยใช้สูตรดังนี้

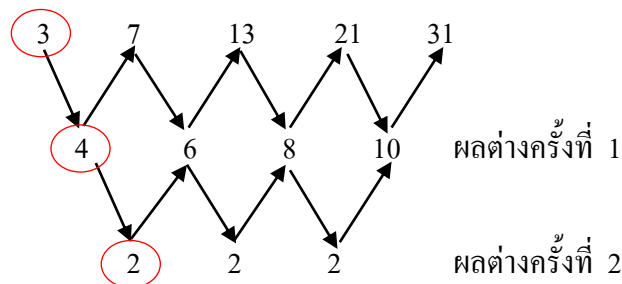
$$a_n = a_1 + \frac{(n-1) d_1}{1!} + \frac{(n-1)(n-2) d_2}{2!}$$

ตัวอย่างที่ 2

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 3, 7, 13, 21, ...

แนวคิด

จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกัน ได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่สองคงที่ และมีค่าเท่ากับ 2

$$a_n = a_1 + \frac{(n-1) d_1}{1!} + \frac{(n-1)(n-2) d_2}{2!}$$

$$a_n = 3 + \frac{(n-1)4}{1} + \frac{(n-1)(n-2)2}{2}$$

$$a_n = 3 + 4n - 4 + n^2 - 3n + 2$$

$$a_n = n^2 + n + 1$$

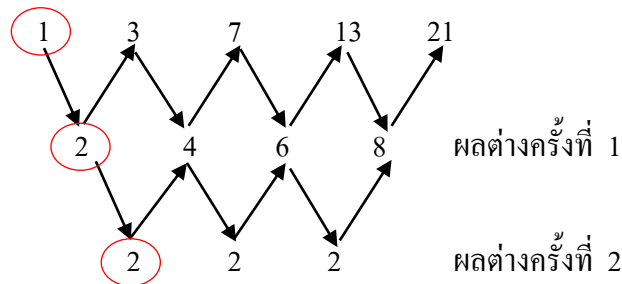
ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ $a_n = n^2 + n + 1$

ตัวอย่างที่ 3

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 3, 7, 13, 21, ...

แนวคิด

จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกัน ได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่สองคงที่ และมีค่าเท่ากับ 2

$$a_n = a_1 + \frac{(n-1)d_1}{1!} + \frac{(n-1)(n-2)d_2}{2!}$$

$$a_n = 1 + \frac{(n-1)2}{1} + \frac{(n-1)(n-2)2}{2}$$

$$a_n = 1 + 2n - 2 + n^2 - 3n + 2$$

$$a_n = n^2 - n + 1$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ $a_n = n^2 - n + 1$

ใช้เวลา 20 นาที

แบบฝึกทักษะที่ 7

เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับกรณีผลต่างสองชั้นโดยวิธีตัด

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ได้

คำชี้แจง ให้นักเรียนหาพจน์ทั่วไปของลำดับต่อไปนี้ (ข้อละ 4 คะแนน)

1. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 8, 18, 32, 50, ...

แนวคิด

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 9, 22, 41, 66, ...

แนวคิด

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

3. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 5, 10, 17, 26, 37, ...

แนวคิด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 4, 8, 14, 22, ...

แนวคิด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 3, 10, 19, 30, 43, ...

แนวคิด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



แบบทดสอบหลังเรียน
เล่มที่ 1 เรื่อง ลำดับ

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6
เวลา 20 นาที
คะแนนเต็ม 10 คะแนน

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถบอกความหมายของลำดับได้อย่างถูกต้อง
2. นักเรียนสามารถอธิบายได้ว่าลำดับใดเป็นลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์ได้อย่างถูกต้อง
3. นักเรียนสามารถเขียนลำดับในรูปแจกพจน์ได้อย่างถูกต้อง
4. นักเรียนสามารถหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นข้อสอบแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ จำนวน 10 ข้อ ใช้เวลาทำแบบทดสอบทั้งหมด 20 นาที
2. ให้นักเรียนพิจารณาว่าข้อใดเป็นคำตอบที่ถูกต้องที่สุด ข้อละหนึ่งคำตอบแล้วทำเครื่องหมาย (X) ที่ช่องว่าง ก, ข, ค หรือ ง ในกระดาษคำตอบที่แจกให้ดังนี้

ตัวอย่าง

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1	X			
2			X	

3. หากต้องการเปลี่ยนตัวเลือกใหม่ในแต่ละข้อให้ดำเนินการดังนี้

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1	✗			✗
2			✗	

4. เกณฑ์การให้คะแนน

ตอบถูก ได้คะแนน 1 คะแนน

ตอบผิด ได้คะแนน 0 คะแนน

5. ห้ามขีดเขียนเครื่องหมายหรือข้อความใดๆ ลงในแบบทดสอบ ก่อนได้รับอนุญาต

1. ลำดับ 0, 1, 4, 9, 16 พจน์ทั่วไปตรงกับข้อใด

ก. $a_n = n^2$

ข. $a_n = (n+1)^2$

ค. $a_n = (n-1)^2$

ง. $a_n = n^2 - 1$

2. กำหนดพจน์ทั่วไป $a_n = (-1)^n(n+1)$ ค่าของ $a_{10} + a_{20}$ ตรงกับข้อใด

ก. 22

ข. 32

ค. 231

ง. 232

3. พจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 5, 9, 13, ... ตรงกับข้อใด

ก. $a_n = 4n - 3$

ข. $a_n = 5n - 4$

ค. $a_n = 3n + 4$

ง. $a_n = 4n + 3$

4. พจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับ 1, 6, 16, 31, ... ตรงกับข้อใด

ก. 36, 46

ข. 41, 56

ค. 51, 66

ง. 51, 76

5. ถ้าลำดับมีพจน์ทั่วไป หรือ $a_n = \frac{7n^2}{2n+1}$ จงหาว่า $\frac{112}{9}$ ตรงกับพจน์ที่เท่าใด

ก. 5

ข. 4

ค. 3

ง. 2

6. กำหนดลำดับที่มี $a_n = \begin{cases} n^2 + 1 & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคู่} \\ -4 & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคี่} \end{cases}$

ข้อใดคือ 4 พจน์แรกของลำดับนี้

ก. 2, 5, 10, 15

ข. 4, 5, 4, 15

ค. -4, 5, -4, 17

ง. -4, 5, -4, 16

7. ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก. -1, 1, -1, 1, ... มี $a_9 + a_{11} = 0$

ข. 100, 99, 97, 94, ... มี $a_{10} = 90$

ค. 2, 4, 8, 16, ... มี $a_{20} = 2^{n-1}$

ง. 2, 4, 6, 8, ... มี $a_n = 2n$

8. 4 พจน์แรกของลำดับ $a_n = 3n - 2$ ตรงกับข้อใด

ก. 1, 3, 5, 7

ข. 1, 4, 7, 10

ค. 1, 5, 8, 11

ง. 1, 3, 7, 11

9. ลำดับในข้อใดเป็นลำดับจำกัด

ก. $a_n = 5n - 3$

ข. $a_n = 3n + 5$

ค. $a_n = 2^n, n \in I^+, n < 8$

ง. $a_n = (1)^n(n^2 - 2), n \in N$

10. พิจารณาฟังก์ชันในข้อต่อไปนี้ข้อใดเป็นลำดับ

ก. $f = \{(1,2), (2,5), (3,11), (4,14), \dots\}$

ข. $g = \{(1,-12), (3,-14), (5,-18)\}$

ค. $h = \{(0,10), (1,30), (2,90), (3,27)\}$

ง. $I = \{(2,0), (4,1), (6,2), (8,3)\}$

**กระดาษคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน
เล่มที่ 1 เรื่อง ลำดับ**

ชื่อ - สกุล ชั้น.....เลขที่.....คะแนนที่ได้.....คะแนน



ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ลงในช่อง ก , ข , ค หรือ ง ในกระดาษคำตอบให้ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว

แบบทดสอบหลังเรียน				
ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				

**คะแนนเต็ม 10 คะแนน
คะแนนที่ได้**



**เกณฑ์การวัดผล
ตั้งแต่ 7 คะแนนขึ้นไป
ผ่านเกณฑ์**





บรรณานุกรม

- กนกวลี อุษณกรกุลและรณชัย มาเจริญทรัพย์. (2548). **คณิตศาสตร์พื้นฐานและเพิ่มเติม เรื่อง ลำดับและอนุกรม ช่วงชั้นที่ 4 (ม.4-ม.6)**. กรุงเทพฯ : เดอะบุคส์.
- กมล เอกไทยเจริญ. (ม.ป.ป.). **คณิตศาสตร์ ม.6 เล่ม 5 ค 015**. กรุงเทพฯ : ไฮเอ็ดพับลิชซิ่ง.
- กวีญา เนาวประทีป. (2555). **เทคนิคการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ลำดับและอนุกรม**. นครปฐม : ฟิสิกส์เซ็นเตอร์.
- ฉรงค์ ปั้นนัมและคณะ. (2551). **คู่มือเตรียมสอบคณิตศาสตร์ ม.4-6**. กรุงเทพฯ : ภูมิบัณฑิต.
- ชนกาญจน์ ภัทรกาญจน์. (2553). **คณิตสาระ ม.ปลาย : ลำดับ อนุกรม อุปนัยเชิงคณิตศาสตร์**. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พิพัฒน์พงศ์ ศรีวิศร. (2554). **คู่มือคณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.4-6 เล่ม 3**. กรุงเทพฯ : เดอะบุคส์.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. (2553). **คู่มือรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- ศุภกิจ เฉลิมวิสุตม์กุล. (2550). **เทคนิคคณิตศาสตร์พื้นฐานชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เล่ม 1**. กรุงเทพฯ : เอเชียแปซิฟิกส์พริ้นติ้ง.
- ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. (2552). **หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6**. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- ตำราญ มีแจ้งและคณะ. (2549). **คณิตศาสตร์พื้นฐาน มัธยมศึกษาปีที่ 5 เล่ม 1 สมบูรณ์แบบ**. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

ภาคผนวก



เกณฑ์การให้คะแนน

1. เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียน

- * ตอบถูก ได้คะแนน 1 คะแนน
- * ตอบผิด ได้คะแนน 0 คะแนน

2. เกณฑ์การให้คะแนนแบบฝึกทักษะที่ 1 เรื่อง ความหมายของลำดับ

- * แต่ละข้อย่อยตอบถูก 4 ข้อ ได้คะแนน 2 คะแนน
- * แต่ละข้อย่อยตอบถูก 3 ข้อ ได้คะแนน 1.5 คะแนน
- * แต่ละข้อย่อยตอบถูก 2 ข้อ ได้คะแนน 1 คะแนน
- * แต่ละข้อย่อยตอบถูก 1 ข้อ ได้คะแนน 0.5 คะแนน
- * แต่ละข้อย่อยตอบผิดทุกข้อ ได้คะแนน 0 คะแนน

3. เกณฑ์การให้คะแนนแบบฝึกทักษะที่ 2 เรื่อง ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์

- * แต่ละข้อย่อยตอบถูก 2 ข้อ ได้คะแนน 1 คะแนน
- * แต่ละข้อย่อยตอบถูก 1 ข้อ ได้คะแนน 0.5 คะแนน
- * แต่ละข้อย่อยตอบผิดทุกข้อ ได้คะแนน 0 คะแนน

4. เกณฑ์การให้คะแนนแบบฝึกทักษะที่ 3 เรื่อง การเขียนลำดับ

- * แต่ละข้อย่อยตอบถูก 4 ข้อ ได้คะแนน 2 คะแนน
- * แต่ละข้อย่อยตอบถูก 3 ข้อ ได้คะแนน 1.5 คะแนน
- * แต่ละข้อย่อยตอบถูก 2 ข้อ ได้คะแนน 1 คะแนน
- * แต่ละข้อย่อยตอบถูก 1 ข้อ ได้คะแนน 0.5 คะแนน
- * แต่ละข้อย่อยตอบผิดทุกข้อ ได้คะแนน 0 คะแนน

5. เกณฑ์การให้คะแนนแบบฝึกทักษะที่ 4 เรื่อง การหาพจน์ถัดไปของลำดับ

- * แต่ละข้อย่อยตอบถูก 4 พจน์ ได้คะแนน 2 คะแนน
- * แต่ละข้อย่อยตอบถูก 3 พจน์ ได้คะแนน 1.5 คะแนน
- * แต่ละข้อย่อยตอบถูก 2 พจน์ ได้คะแนน 1 คะแนน
- * แต่ละข้อย่อยตอบถูก 1 พจน์ ได้คะแนน 0.5 คะแนน
- * แต่ละข้อย่อยตอบผิดทุกพจน์ ได้คะแนน 0 คะแนน

6. เกณฑ์การให้คะแนนแบบฝึกทักษะที่ 5 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

- * แสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน ได้คะแนน 4 คะแนน
- * แสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน ได้คะแนน 3 คะแนน
- * แสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนหรือไม่แสดงวิธีทำแต่คำตอบถูกต้อง ครบถ้วนหรือวิธีทำชัดเจนสมบูรณ์แต่คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ ได้คะแนน 2 คะแนน
- * แสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนแต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่แสดงวิธีทำและคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้องแต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง ได้คะแนน 1 คะแนน
- * ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ ได้คะแนน 0 คะแนน

7. เกณฑ์การให้คะแนนแบบฝึกทักษะที่ 6 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม

- * แสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน ได้คะแนน 4 คะแนน
- * แสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน ได้คะแนน 3 คะแนน
- * แสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนหรือไม่แสดงวิธีทำแต่คำตอบถูกต้อง ครบถ้วนหรือวิธีทำชัดเจนสมบูรณ์แต่คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ ได้คะแนน 2 คะแนน
- * แสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนแต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่แสดงวิธีทำและคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้องแต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง ได้คะแนน 1 คะแนน
- * ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ ได้คะแนน 0 คะแนน

8. เกณฑ์การให้คะแนนแบบฝึกทักษะที่ 7 เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยวิธีลัด

- * แสดงวิธีทำชัดเจน สมบูรณ์ คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน ได้คะแนน 4 คะแนน
- * แสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจน แต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบถูกต้อง ครบถ้วน ได้คะแนน 3 คะแนน
- * แสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนหรือไม่แสดงวิธีทำแต่คำตอบถูกต้อง ครบถ้วนหรือวิธีทำชัดเจนสมบูรณ์แต่คำตอบไม่ถูกต้อง ขาดการตรวจสอบ ได้คะแนน 2 คะแนน
- * แสดงวิธีทำยังไม่ชัดเจนแต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง คำตอบไม่ถูกต้องหรือไม่แสดงวิธีทำ และคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้องแต่อยู่ในแนวทางที่ถูกต้อง ได้คะแนน 1 คะแนน
- * ทำได้ไม่ถึงเกณฑ์ ได้คะแนน 0 คะแนน



เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน
เล่มที่ 1 ลำดับ

1. เฉลยข้อ ก. $f = \{(1,2), (2,5), (3,11), (4,14), \dots\}$

แนวคิด

ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตจำนวนเต็มบวกที่เรียงจากน้อยไปมาก โดยเริ่มตั้งแต่ 1

2. เฉลยข้อ ก. $a_n = 2^n, n \in I^+, n < 8$

แนวคิด

ในกรณีที่ฟังก์ชันเป็นลำดับที่มีโดเมนเป็น $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ จะเรียกลำดับดังกล่าวว่า ลำดับจำกัด ดังนั้น $a_n = 2^n, n \in I^+, n < 8$ เป็นลำดับจำกัด

3. เฉลยข้อ ข. 1, 4, 7, 10

แนวคิด

จาก $a_n = 3n - 2$

$$\text{จะได้ } a_1 = 3(1) - 2 = 1$$

$$a_2 = 3(2) - 2 = 4$$

$$a_3 = 3(3) - 2 = 7$$

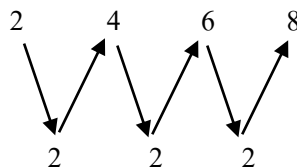
$$a_4 = 3(4) - 2 = 10$$

ดังนั้น 4 พจน์แรกคือ 1, 4, 7, 10

4. เฉลยข้อ ง. 2, 4, 6, 8, ... มี $a_n = 2n$

แนวคิด

พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ 2, 4, 6, 8, ...



พบว่า พจน์แต่ละพจน์จะมากกว่าพจน์ที่มาก่อนอยู่ 2

พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)
	2	4	6	8
	⋮	⋮	⋮	⋮
	(2 × 1)	(2 × 2)	(2 × 3)	(2 × 4)

จะได้พจน์ทั่วไป คือ $a_n = 2n$

5. เลขข้อ ก. -4, 5, -4, 17



$$a_n = \begin{cases} n^2 + 1 & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคู่} \\ -4 & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคี่} \end{cases}$$

จาก $a_n = n^2 + 1$ เมื่อ n เป็นจำนวนคู่

$$a_2 = 2^2 + 1 = 5$$

$$a_4 = 4^2 + 1 = 17$$

6. เลขข้อ ข. 4



จาก $a_n = \frac{7n^2}{2n+1}$

แทนค่า $n = 4$ จะได้ $a_4 = \frac{7(4)^2}{2(4)+1}$

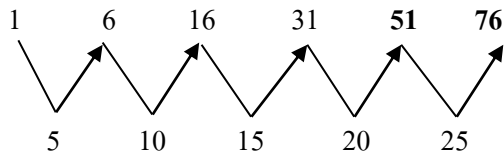
$$a_4 = \frac{7(16)}{8+1}$$

$$a_4 = \frac{112}{9}$$

ดังนั้น $n = 4$

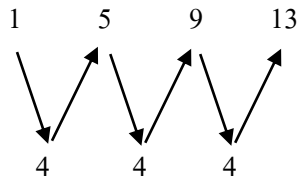
7. เลขข้อ ง. 51, 76

แนวคิด พจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับ 1, 6, 16, 31, ...



8. เลขข้อ ก. $a_n = 4n - 3$

แนวคิด พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ 1, 5, 9, 13, ...



พบว่า พจน์แต่ละพจน์จะมากกว่าพจน์ที่มาก่อนอยู่ 4

พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)
	1	5	9	13
	⋮	⋮	⋮	⋮
	$(4 \times 1) - 3$	$(4 \times 2) - 3$	$(4 \times 3) - 3$	$(4 \times 4) - 3$

จะได้พจน์ทั่วไปคือ $a_n = 4n - 3$

9. เฉลยข้อ ข. 32



จาก $a_n = (-1)^n(n+1)$
 $a_{10} = (-1)^{10}(10+1) = 11$
 $a_{20} = (-1)^{20}(20+1) = 21$
 ดังนั้น $a_{10} + a_{20} = 11 + 21 = 32$

10. เฉลยข้อ ค. $a_n = (n-1)^2$



$a_1 = 0 = (1-1)^2$
 $a_2 = 1 = (2-1)^2$
 $a_3 = 4 = (3-1)^2$
 $a_4 = 9 = (4-1)^2$
 ดังนั้น $a_n = (n-1)^2$

ผู้ที่ตอบถูกต้องตั้งแต่ 7 ข้อขึ้นไปเก่งมากค่ะ
 ผู้ที่ตอบถูกน้อยกว่า 5 ข้อให้ตั้งใจศึกษาแบบฝึกเพิ่มเติมอีกครั้ง
 เพราะเมื่อทำแบบทดสอบหลังเรียนจะได้ตอบถูกต้องทั้งหมดค่ะ



เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1
เรื่อง ความหมายของลำดับ



ให้นักเรียนพิจารณาฟังก์ชันที่กำหนดให้พร้อมทั้งเติมคำตอบที่ถูกต้องลงในช่องว่าง

ฟังก์ชัน	โดเมน	เรนจ์	เป็นลำดับ	ไม่เป็นลำดับ
1. $\{(1,5), (2,10), (3,15)\}$	$\{1, 2, 3\}$	$\{5, 10, 15\}$	✓	
2. $f(x) = x + 1, x = 1, 2, 3, \dots$	$\{1, 2, 3, \dots\}$	$\{2, 3, 4, \dots\}$	✓	
3. $\{(2,3), (4,6), (5,9), \dots\}$	$\{2, 4, 5, \dots\}$	$\{3, 6, 9, \dots\}$		✗
4. $\{(1, -1), (2, -2), (3, -3)\}$	$\{1, 2, 3\}$	$\{-1, -2, -3\}$	✓	
5. $\{(1,1), (5,4), (7,9), \dots\}$	$\{1, 5, 7, \dots\}$	$\{1, 4, 9, \dots\}$		✗
6. $f(x) = 2x - 1, x = 1, 2, 3, \dots$	$\{1, 2, 3, \dots\}$	$\{1, 3, 5, \dots\}$	✓	
7. $f(x) = 2^x, x = 0, 1, 2$	$\{0, 1, 2\}$	$\{1, 2, 4\}$		✗
8. $f(x) = (-1)^x, x = 1, 2, 3, \dots, n$	$\{1, 2, 3, \dots\}$	$\{-1, 2, -3, \dots\}$	✓	
9. $f(x) = 3x + 1, x = 1, 2, 3, \dots$	$\{1, 2, 3, \dots\}$	$\{4, 7, 10, \dots\}$	✓	
10. $f(x) = 3x, x = -1, -2, -3, \dots$	$\{-1, -2, -3, \dots\}$	$\{-3, -6, -9, \dots\}$		✗

สรุป จากตารางข้างต้น

ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตจำนวนเต็มบวกที่เรียงจากน้อยไปมาก โดยเริ่มตั้งแต่ 1

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 2
เรื่อง ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์



คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณาว่าข้อใดเป็นลำดับจำกัดและลำดับอนันต์โดยเขียนเครื่องหมาย ✓ ให้ตรงคำตอบที่ถูกต้อง (ข้อละ 1 คะแนน)

ข้อ	ลำดับที่กำหนดให้	ลำดับจำกัด	ลำดับอนันต์
1	4, 7, 10, 13, 16, ...		✓
2	2, 5, 8, 11, 14	✓	
3	1, 4, 9, 16, 25, ...		✓
4	6, 10, 14, 18, 22, 26	✓	
5	-1, -3, -5, -7, ...		✓
6	$a_n = 2n + 1$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, \dots$		✓
7	$a_n = 4n$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, 4$	✓	
8	$a_n = n + 1$ เมื่อ $n \in I^+$		✓
9	$a_n = \frac{n}{n+1}$ เมื่อ $n = 1, 2, 3, \dots, 9$	✓	
10	$a_n = -4n - 1$		✓

สรุปได้ว่า

ลำดับจำกัด คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็น $\{1, 2, 3, \dots, n\}$

ลำดับอนันต์ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็น $\{1, 2, 3, \dots\}$

เฉลยเกมคณิตศาสตร์คิดสนุก 1
ตามหาฉันให้เจอ

ชุดที่ 1

95 85 ... 65 ...

ตัวเลขที่หายไป คือ.....75...และ...55.....

ชุดที่ 2

7 ... 21 28 ...

ตัวเลขที่หายไป คือ.....14...และ...35.....

ชุดที่ 3

... 18 36 ... 144

ตัวเลขที่หายไป คือ.....9...และ...72....

ชุดที่ 4

1 ... $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$...

ตัวเลขที่หายไป คือ..... $\frac{1}{2}$...และ... $\frac{1}{16}$

เฉลยเกมคณิตคิดสนุก 2
สนุกกับเกมสร้างรูปแบบของจำนวน

วิธีเล่น ตารางจำนวนด้านล่างนี้ แต่ละแถวจะเป็นไปตามกฎที่อยู่ในรูปหกเหลี่ยมสีฟ้า ด้านซ้ายสุดของแถว ที่หัวของแต่ละคอลัมน์เป็นค่าของจำนวน (n) ที่จะใช้ ให้เติมคำตอบที่มีความสอดคล้องกับกฎทางซ้ายและค่า n ที่หัวของแต่ละคอลัมน์

หมายเหตุ จำไว้ว่าให้คำนวณค่าที่อยู่ในวงเล็บก่อน

Rule (กฎ)	n=1	n=2	n=3	n=4	n=5
$n + 5$	6	7	8	9	10
$n - 1$	0	1	2	3	4
$2 - 3n$	-1	-4	-7	-10	-13
$n(n - 1)$	0	2	6	12	20
2^n	2	4	8	16	32

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 3
เรื่อง การเขียนลำดับแบบแจกพจน์



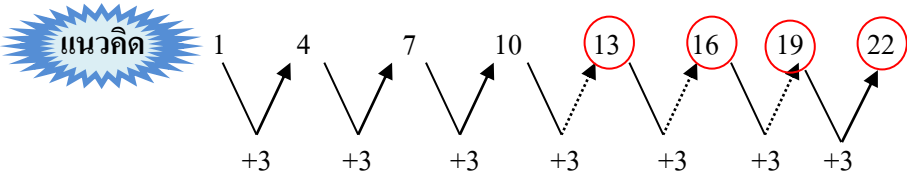
ให้นักเรียนศึกษาการเขียนลำดับแบบแจกพจน์ในข้อ 1 – 2 แล้วพิจารณาข้อ 3 – 12 พร้อมทั้งเติมคำตอบให้ถูกต้อง

ข้อที่	a_n (พจน์ ทั่วไป)	a_1 (พจน์ที่ 1)	a_2 (พจน์ที่ 2)	a_3 (พจน์ที่ 3)	สามพจน์แรก ของลำดับ
1	$3n + 1$	$3(1) + 1 = 4$	$3(2) + 1 = 7$	$3(3) + 1 = 10$	4, 7, 10
2	$8n - 3$	$8(1) - 3 = 5$	$8(2) - 3 = 13$	$8(3) - 3 = 21$	5, 13, 21
3	$2n^2 - 1$	$2(1)^2 - 1 = 1$	$2(2)^2 - 1 = 7$	$2(3)^2 - 1 = 17$	1, 7, 17
4	$n^2 + 2$	$1^2 + 2 = 3$	$2^2 + 2 = 6$	$3^2 + 2 = 11$	3, 6, 11
5	$(n + 1)^2$	$(1 + 1)^2 = 4$	$(2 + 1)^2 = 9$	$(3 + 1)^2 = 16$	4, 9, 16
6	$2 - 3n$	$2 - 3(1) = -1$	$2 - 3(2) = -4$	$2 - 3(3) = -7$	-1, -4, -7
7	$n(n + 1)$	$1(1 + 1) = 2$	$2(2 + 1) = 6$	$3(3 + 1) = 12$	2, 6, 12
8	$5n - 3$	$5(1) - 3 = 2$	$5(2) - 3 = 7$	$5(3) - 3 = 12$	2, 7, 12
9	$\frac{n(n + 1)}{2}$	$\frac{1(1 + 1)}{2} = 1$	$\frac{2(2 + 1)}{2} = 3$	$\frac{3(3 + 1)}{2} = 6$	1, 3, 6
10	$-4n + 1$	$-4(1) + 1 = -3$	$-4(2) + 1 = -7$	$-4(3) + 1 = -11$	-3, -7, -11
11	$-5n - 2$	$-5(1) - 2 = -7$	$-5(2) - 2 = -12$	$-5(3) - 2 = -17$	-7, -12, -17
12	$3n - 5$	$3(1) - 5 = -2$	$3(2) - 5 = 1$	$3(3) - 5 = 4$	-2, 1, 4

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 4
เรื่อง การหาพจน์ถัดไปของลำดับ

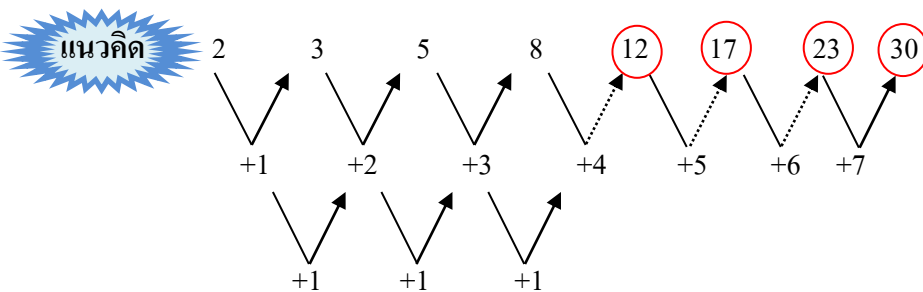
คำชี้แจง จงหาพจน์ถัดไปของลำดับที่กำหนดให้ต่อไปนี้

1. จงหาพจน์ถัดไป 4 พจน์ของลำดับ 1, 4, 7, 10, ...



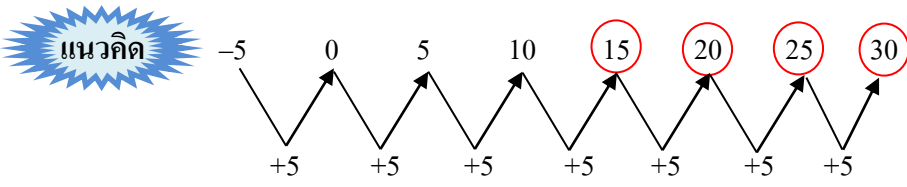
ผลต่างเป็น 3 ดังนั้น พจน์ถัดไป 4 พจน์ คือ 13, 16, 19, 22

2. จงหาพจน์ถัดไป 4 พจน์ของลำดับ 2, 3, 5, 8, ...



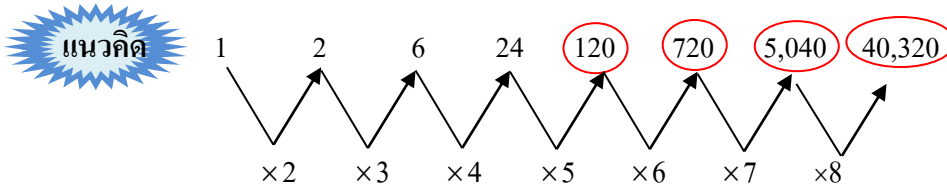
ผลต่างเพิ่มขึ้น ดังนั้น พจน์ถัดไป 4 พจน์ คือ 12, 17, 23, 30

3. จงหาพจน์ถัดไป 4 พจน์ของลำดับ -5, 0, 5, 10, ...



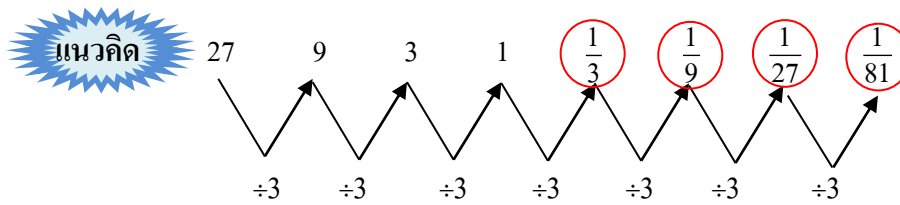
ผลต่างเป็น 5 ดังนั้น พจน์ถัดไป 4 พจน์ คือ 15, 20, 25, 30

4. จงหาพจน์ถัดไป 4 พจน์ของลำดับ 1, 2, 6, 24, ...



ดังนั้น พจน์ถัดไป 4 พจน์คือ 120, 720, 5,040, 40,320

5. จงหาพจน์ถัดไป 4 พจน์ของลำดับ 27, 9, 3, 1, ...

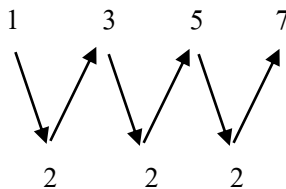


ดังนั้น พจน์ถัดไป 4 พจน์คือ $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{27}$, $\frac{1}{81}$

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 5
เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

1. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 3, 5, 7, ...

แนวคิด พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ 1, 3, 5, 7, ...



พบว่า พจน์แต่ละพจน์จะมากกว่าพจน์ที่มาก่อนอยู่ 2

พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)
	1	3	5	7
	⋮	⋮	⋮	⋮
	2-1	4-1	6-1	8-1

หรือ $(2 \times 1) - 1$ $(2 \times 2) - 1$ $(2 \times 3) - 1$ $(2 \times 4) - 1$

จะได้พจน์ทั่วไปหรือ $a_n = 2n - 1$

2. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 4, 9, 16, 25, ...

แนวคิด จากลำดับ 1, 4, 9, 16, 25

$$\text{จะได้ } a_1 = 1 = 1^2$$

$$a_2 = 4 = 2^2$$

$$a_3 = 9 = 3^2$$

$$a_4 = 16 = 4^2$$

$$a_n = n^2$$

ดังนั้น จะได้พจน์ทั่วไป หรือ $a_n = n^2$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$

3. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 8, 27, 64, ...

แนวคิด จากลำดับ 1, 8, 27, 64, ...

$$\text{จะได้ } a_1 = 1 = 1^3$$

$$a_2 = 8 = 2^3$$

$$a_3 = 27 = 3^3$$

$$a_4 = 64 = 4^3$$

$$a_n = n^3$$

ดังนั้น จะได้พจน์ทั่วไป หรือ $a_n = n^3$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$

4. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ -1, 2, -3, 4, -5, ...

แนวคิด จากลำดับ -1, 2, -3, 4, -5, ...

$$\text{จะได้ } a_1 = -1 = (-1)^1 \times 1$$

$$a_2 = 2 = (-1)^2 \times 2$$

$$a_3 = -3 = (-1)^3 \times 3$$

$$a_4 = 4 = (-1)^4 \times 4$$

$$a_n = (-1)^n \times n$$

ดังนั้น จะได้พจน์ทั่วไป หรือ $a_n = (-1)^n \times n$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$

5. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

แนวคิด จากลำดับ $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

$$\text{จะได้ } a_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1+1}$$

$$a_2 = \frac{2}{3} = \frac{2}{2+1}$$

$$a_3 = \frac{3}{4} = \frac{3}{3+1}$$

$$a_4 = \frac{4}{5} = \frac{4}{4+1}$$

$$a_n = \frac{n}{n+1}$$

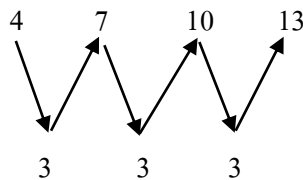
ดังนั้น จะได้พจน์ทั่วไปของลำดับ คือ $a_n = \frac{n}{n+1}$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 6
เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับโดยใช้ฟังก์ชันพหุนาม

1. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 4, 7, 10, 13, ...



จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกัน ได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่ 1 คงที่และมีค่าเท่ากับ 3

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป $a_n = an + b$

แทน n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1, 2, 3 และ 4

จะได้ $a_1 = 4 = a + b$ (1)

$a_2 = 7 = 2a + b$ (2)

$a_3 = 10 = 3a + b$ (3)

$a_4 = 13 = 4a + b$ (4)

จาก (1) จะได้ $a = 4 - b$ (5)

แทน a ในสมการ (2) จะได้ $2(4 - b) + b = 7$

$8 - 2b + b = 7$

$-b = -1$

$b = 1$

แทน b ในสมการ (5) จะได้ $a = 4 - 1$

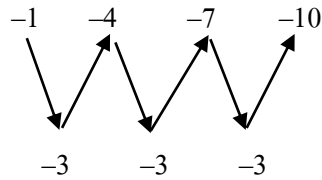
$a = 3$

ดังนั้น $a_n = 3n + 1$

2. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $-1, -4, -7, -10, \dots$



จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกัน ได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่ 1 คงที่และมีค่าเท่ากับ -3

ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป $a_n = an + b$

แทน n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1, 2, 3 และ 4

จะได้ $a_1 = -1 = a + b \dots\dots\dots(1)$

$a_2 = -4 = 2a + b \dots\dots\dots(2)$

$a_3 = -7 = 3a + b \dots\dots\dots(3)$

$a_4 = -10 = 4a + b \dots\dots\dots(4)$

จาก (1) จะได้ $a = -1 - b \dots\dots\dots(5)$

แทน a ในสมการ (2) จะได้ $2(-1 - b) + b = -4$

$-2 - 2b + b = -4$

$-b = -2$

$b = 2$

แทน b ในสมการ (5) จะได้ $a = -1 - 2$

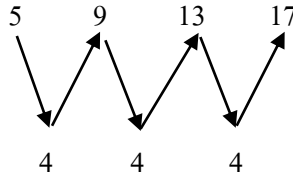
$a = -3$

ดังนั้น $a_n = -3n + 2$

3. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 5, 9, 13, 17, ...



จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกัน ได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่ 1 คงที่และมีค่าเท่ากับ 4
 ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป $a_n = an + b$
 แทน n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1, 2, 3 และ 4

จะได้ $a_1 = 5 = a + b \quad \dots\dots\dots(1)$

$a_2 = 9 = 2a + b \quad \dots\dots\dots(2)$

$a_3 = 13 = 3a + b \quad \dots\dots\dots(3)$

$a_4 = 17 = 4a + b \quad \dots\dots\dots(4)$

จาก (1) จะได้ $a = 5 - b \quad \dots\dots\dots(5)$

แทน a ในสมการ (2) จะได้ $2(5 - b) + b = 9$

$10 - 2b + b = 9$

$-b = -1$

$b = 1$

แทน b ในสมการ (5) จะได้ $a = 5 - 1$

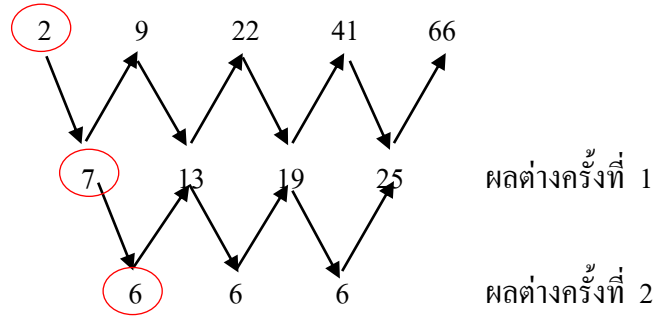
$a = 4$

ดังนั้น $a_n = 4n + 1$

4. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 9, 22, 41, 66, ...



จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกัน ได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่สองคงที่ และมีค่าเท่ากับ 6
ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป

$$a_n = an^2 + bn + c$$

แทน n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1, 2, 3 และ 4

จะได้ $a_1 = 2 = a + b + c \dots\dots\dots(1)$

$$a_2 = 9 = 4a + 2b + c \dots\dots\dots(2)$$

$$a_3 = 22 = 9a + 3b + c \dots\dots\dots(3)$$

$$a_4 = 41 = 16a + 4b + c \dots\dots\dots(4)$$

แก้ระบบสมการเชิงเส้นเพื่อหา a, b และ c ได้ดังนี้

$$(2) - (1) ; \quad 7 = 3a + b \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$(3) - (2) ; \quad 13 = 5a + b \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$(6) - (5) ; \quad 6 = 2a$$

หรือ $a = 3$

แทน $a = 3$ ใน (5) จะได้ $3(3) + b = 7$

$$b = 7 - 9$$

$$b = -2$$

แทน $a = 3$ และ $b = -2$ ใน (1) จะได้ $3 - 2 + c = 2$

$$c = 2 - 1$$

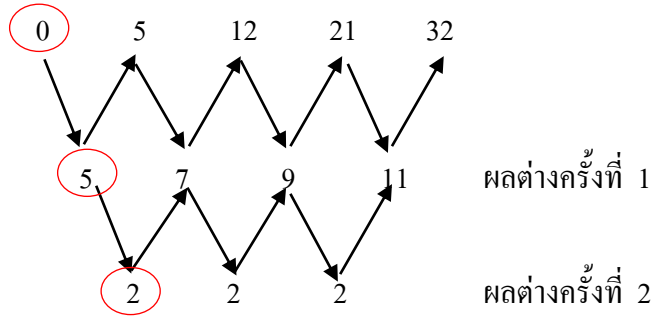
$$c = 1$$

ดังนั้นจะได้พจน์ทั่วไปของลำดับ คือ $a_n = 3n^2 - 2n + 1$

5. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 0, 5, 12, 21, 32, ...



จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกัน ได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่สองคงที่ และมีค่าเท่ากับ 2
ให้พจน์ทั่วไปของลำดับนี้อยู่ในรูป

$$a_n = an^2 + bn + c$$

แทน n ในพจน์ทั่วไปด้วย 1, 2, 3 และ 4

จะได้ $a_1 = 0 = a + b + c \dots\dots\dots(1)$

$$a_2 = 5 = 4a + 2b + c \dots\dots\dots(2)$$

$$a_3 = 12 = 9a + 3b + c \dots\dots\dots(3)$$

$$a_4 = 21 = 16a + 4b + c \dots\dots\dots(4)$$

แก้ระบบสมการเชิงเส้นเพื่อหา a, b และ c ได้ดังนี้

$$(2) - (1) ; \quad 5 = 3a + b \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$(3) - (2) ; \quad 7 = 5a + b \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$(6) - (5) ; \quad 2 = 2a$$

หรือ $a = 1$

แทน $a = 1$ ใน (5) จะได้ $3(1) + b = 5$

$$b = 5 - 3$$

$$b = 2$$

แทน $a = 1$ และ $b = 2$ ใน (1) จะได้ $1 + 2 + c = 0$

$$c = 0 - 3$$

$$c = -3$$

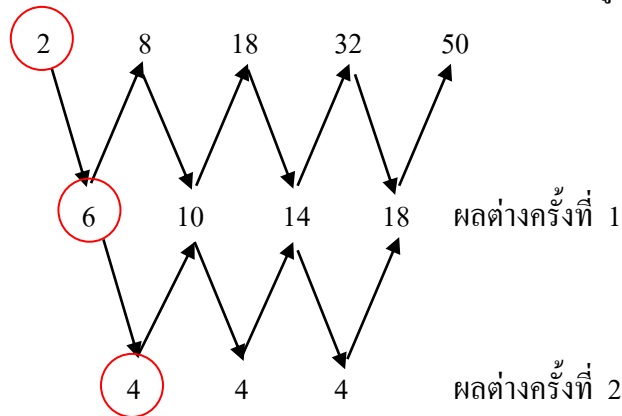
ดังนั้นจะได้พจน์ทั่วไปของลำดับ คือ $a_n = n^2 + 2n - 3$

เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 7
เรื่อง การหาพจน์ทั่วไปของลำดับกรณีผลต่างสองชั้นโดยวิธีลด

1. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 8, 18, 32, 50,...



จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกัน ได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่สองคงที่ และมีค่าเท่ากับ 4

$$a_n = a_1 + \frac{(n-1) d_1}{1!} + \frac{(n-1)(n-2) d_2}{2!}$$

$$a_n = 2 + \frac{(n-1) 6}{1} + \frac{(n-1)(n-2) 4}{2}$$

$$a_n = 2 + 6n - 6 + 2n^2 - 6n + 4$$

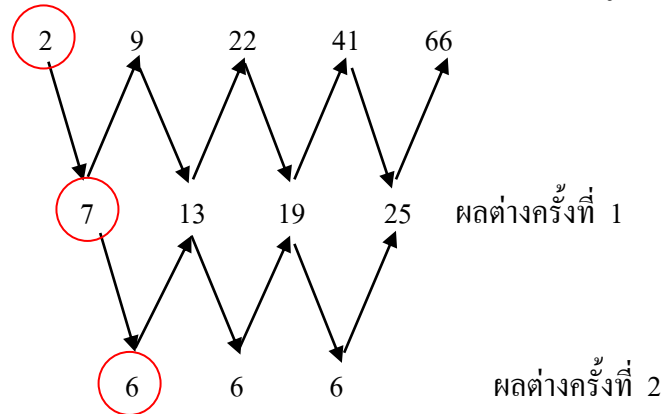
$$a_n = 2n^2$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ $a_n = 2n^2$

2. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 9, 22, 41, 66, ...



จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกัน ได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่สองคงที่ และมีค่าเท่ากับ 6

$$a_n = a_1 + \frac{(n-1) d_1}{1!} + \frac{(n-1)(n-2) d_2}{2!}$$

$$a_n = 2 + \frac{(n-1) 7}{1} + \frac{(n-1)(n-2) 6}{2}$$

$$a_n = 2 + 7n - 7 + 3n^2 - 9n + 6$$

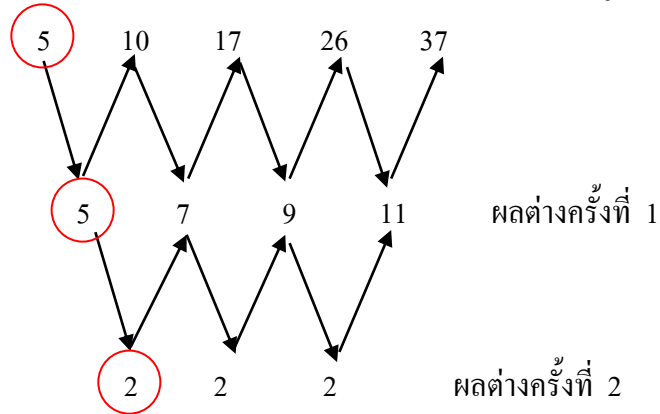
$$a_n = 3n^2 - 2n + 1$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ $a_n = 3n^2 - 2n + 1$

3. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 5, 10, 17, 26, 37, ...



จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกัน ได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่สองคงที่ และมีค่าเท่ากับ 2

$$a_n = a_1 + \frac{(n-1) d_1}{1!} + \frac{(n-1)(n-2) d_2}{2!}$$

$$a_n = 5 + \frac{(n-1) 5}{1} + \frac{(n-1)(n-2) 2}{2}$$

$$a_n = 5 + 5n - 5 + n^2 - 3n + 2$$

$$a_n = n^2 + 2n + 2$$

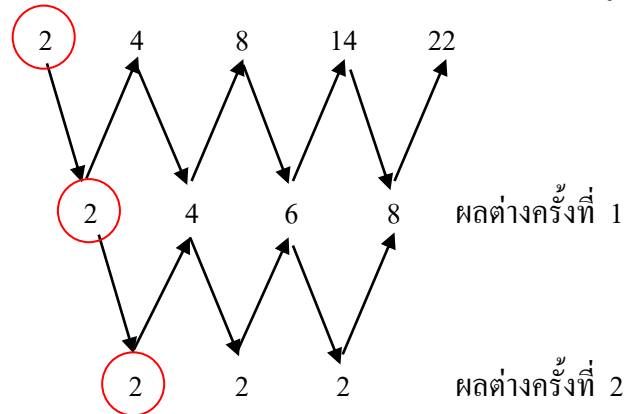
ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ $a_n = n^2 + 2n + 2$

4. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 4, 8, 14, 22, ...



แนวคิด

จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกัน ได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่สองคงที่ และมีค่าเท่ากับ 2

$$a_n = a_1 + \frac{(n-1) d_1}{1!} + \frac{(n-1)(n-2) d_2}{2!}$$

$$a_n = 2 + \frac{(n-1) 2}{1} + \frac{(n-1)(n-2) 2}{2}$$

$$a_n = 2 + 2n - 2 + n^2 - 3n + 2$$

$$a_n = n^2 - n + 2$$

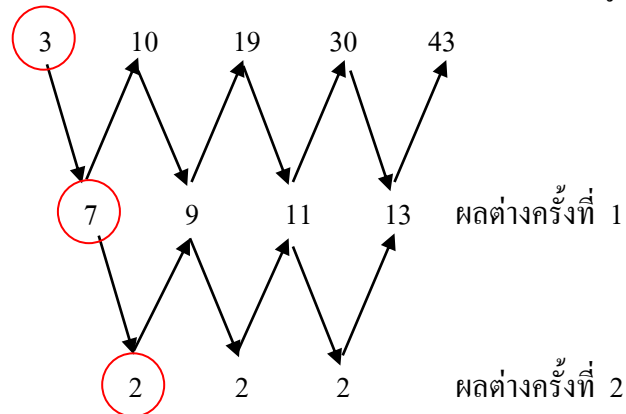
ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ $a_n = n^2 - n + 2$

5. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 3, 10, 19, 30, 43, ...



แนวคิด

จากลำดับที่กำหนดให้ หาผลต่างระหว่างสองพจน์ที่อยู่ติดกัน ได้ดังนี้



จะเห็นว่า ผลต่างครั้งที่สองคงที่ และมีค่าเท่ากับ 2

$$a_n = a_1 + \frac{(n-1) d_1}{1!} + \frac{(n-1)(n-2) d_2}{2!}$$

$$a_n = 3 + \frac{(n-1) 7}{1} + \frac{(n-1)(n-2) 2}{2}$$

$$a_n = 3 + 7n - 7 + n^2 - 3n + 2$$

$$a_n = n^2 + 4n - 2$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ $a_n = n^2 + 4n - 2$



เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน
เล่มที่ 1 ลำดับ

1. เฉลยข้อ ก. $a_n = (n-1)^2$

แนวคิด

$$a_1 = 0 = (1-1)^2$$

$$a_2 = 1 = (2-1)^2$$

$$a_3 = 4 = (3-1)^2$$

$$a_4 = 9 = (4-1)^2$$

ดังนั้น $a_n = (n-1)^2$

2. เฉลยข้อ ข. 32

แนวคิด

จาก $a_n = (-1)^n(n+1)$

$$a_{10} = (-1)^{10}(10+1) = 11$$

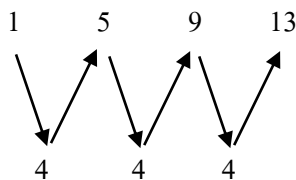
$$a_{20} = (-1)^{20}(20+1) = 21$$

ดังนั้น $a_{10} + a_{20} = 11 + 21 = 32$

3. เฉลยข้อ ก. $a_n = 4n - 3$

แนวคิด

พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ 1, 5, 9, 13, ...



พบว่า พจน์แต่ละพจน์จะมากกว่าพจน์ที่มาก่อนอยู่ 4

พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

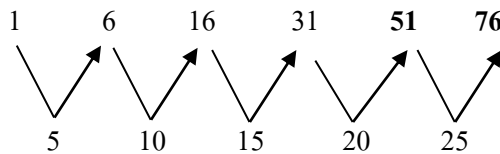
พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)
	1	5	9	13
	⋮	⋮	⋮	⋮
	$(4 \times 1) - 3$	$(4 \times 2) - 3$	$(4 \times 3) - 3$	$(4 \times 4) - 3$

จะได้พจน์ทั่วไป คือ $a_n = 4n - 3$

4. เลขข้อ ง. 51, 76



พจน์ถัดไปสองพจน์ของลำดับ 1, 6, 16, 31, ...



5. เลขข้อ ข. 4



จาก $a_n = \frac{7n^2}{2n+1}$

แทนค่า $n = 4$ จะได้ $a_4 = \frac{7(4)^2}{2(4)+1}$

$$a_4 = \frac{7(16)}{8+1}$$

$$a_4 = \frac{112}{9}$$

ดังนั้น $n = 4$

6. เลขข้อ ค. $-4, 5, -4, 17$

แนวคิด $a_n = \begin{cases} n^2 + 1 & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคู่} \\ -4 & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นจำนวนคี่} \end{cases}$

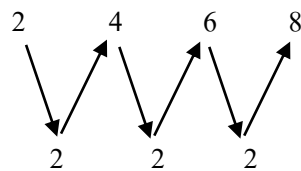
จาก $a_n = n^2 + 1$ เมื่อ n เป็นจำนวนคู่

$$a_2 = 2^2 + 1 = 5$$

$$a_4 = 4^2 + 1 = 17$$

7. เลขข้อ ง. $2, 4, 6, 8, \dots$ มี $a_n = 2n$

แนวคิด พิจารณาความสัมพันธ์ของพจน์ในลำดับ $2, 4, 6, 8, \dots$



พบว่า พจน์แต่ละพจน์จะมากกว่าพจน์ที่มาก่อนอยู่ 2

พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับที่ของพจน์กับพจน์ที่กำหนดให้

พจน์ที่	(1)	(2)	(3)	(4)
	2	4	6	8
	⋮	⋮	⋮	⋮
	(2×1)	(2×2)	(2×3)	(2×4)

จะได้พจน์ทั่วไป คือ $a_n = 2n$

8. เลขข้อ ข. 1, 4, 7, 10



แนวคิด

จาก $a_n = 3n - 2$

จะได้ $a_1 = 3(1) - 2 = 1$

$a_2 = 3(2) - 2 = 4$

$a_3 = 3(3) - 2 = 7$

$a_4 = 3(4) - 2 = 10$

ดังนั้น 4 พจน์แรกคือ 1, 4, 7, 10

9. เลขข้อ ค. $a_n = 2^n, n \in I^+, n < 8$



แนวคิด

ในกรณีที่ฟังก์ชันเป็นลำดับที่มีโดเมนเป็น $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ จะเรียกลำดับดังกล่าวว่า ลำดับจำกัด ดังนั้น $a_n = 2^n, n \in I^+, n < 8$ เป็นลำดับจำกัด

10. เลขข้อ ก. $f = \{(1,2), (2,5), (3,11), (4,14), \dots\}$



แนวคิด

ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตจำนวนเต็มบวกที่เรียงจากน้อยไปมาก โดยเริ่มตั้งแต่ 1

ผู้ที่ตอบถูกทั้งหมด 10 ข้อ เก่งมากค่ะ ผู้ที่ได้คะแนน
ครั้งนี้สูงขึ้นกว่าการทดสอบก่อนเรียนแสดงว่ามีความรู้เพิ่มขึ้น
ส่วนผู้ที่ได้คะแนนยังไม่เป็นที่น่าพอใจของตนเองให้อ่าน
แบบฝึกใหม่แล้วทำแบบฝึกหัดอีกครั้งนะคะ

ขยันหน่อยนะคะ

แบบบันทึกคะแนนแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์
เล่มที่ 1 เรื่อง ลำดับ

ชื่อนักเรียน..... เลขที่..... ชั้น.....

1. แบบทดสอบ

แบบทดสอบ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	หมายเหตุ
ก่อนเรียน	10		
หลังเรียน	10		
ผลการพัฒนา			

หมายเหตุ ผลการพัฒนา = $\frac{(\text{คะแนนหลังเรียน} - \text{คะแนนก่อนเรียน}) \times 100}{\text{คะแนนเต็ม}}$

2. แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์

แบบฝึกทักษะที่	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	หมายเหตุ
แบบฝึกทักษะที่ 1	20		
แบบฝึกทักษะที่ 2	10		
แบบฝึกทักษะที่ 3	10		
แบบฝึกทักษะที่ 4	20		
แบบฝึกทักษะที่ 5	20		
แบบฝึกทักษะที่ 6	20		
แบบฝึกทักษะที่ 7	20		
รวม	120		
ค่าเฉลี่ย			
ร้อยละ			

เกณฑ์การประเมิน

ร้อยละ 70 ขึ้นไปถือว่าผ่านเกณฑ์

ลงชื่อ.....ครูผู้สอน

(นางสาวสุดสายใจ อินกรัด)

